



**Выводы из проведенного исследования.** Факты, собранные при исследовании стиля руководства отдельного педагога, на основе подготовленного и проведенного исследования, говорят о том, что в совокупности здесь необходим учет множества факторов. Они сочетают в себе данные о личности учителя, о составе класса и родителей учеников, уровень подготовки учителей к школе. Имеет значение работа методического совета школы, а также частота организуемых курсов переподготовки кадров. Имеет значение также регион и местность, где расположена школа, потому что местные особенности развития системы образования влияют на характер и стиль работы учителей с детьми. Повышение заинтересованности в качестве преподавания, улучшение мотивации через проведение аттестации – это факторы стимулирования педагога к улучшению своей деятельности.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Насонова Е.Е. Формирование индивидуального стиля деятельности педагога-валеолога в процессе педагогической практики: автореф. дис. ... канд. пед. наук / Е.Е. Насонова. – М., 2001. – 18 с.
2. Габдулина Л.И. Стиль педагогического общения и его ценностно-смысловые и когнитивные детерминанты: автореф. дис. ... канд. пед. наук / Л.И. Габдулина. – Кубань, 1999. – 18 с.
3. Пучкова Т.Е. Стиль управления в инновационном образовательном учреждении // Теория и практика общественного развития. – 2011. – № 2. – С. 71-73.
4. Кадымова Х. Интерактивные методы и пути их применения / Х. Кадымова.
5. Каралов З. Основы планирования работы азербайджанской школы // газета «Азербайджан муаллими» (на азербайджанском языке). – 2001. – 21-23 февраля.
6. Сеидов А.Ю. Из истории формирования педагогической мысли Азербайджана / А.Ю. Сеидов. – Б. : Маариф, 1982 (на азербайджанском языке).
7. Алиева Ф. Современные технологии обучения / Ф. Алиева, У. Мамедова. – Б. : 2014 (на азербайджанском языке).

УДК 372.851

### ПЕРЕТВОРЕННЯ ОБ'ЄКТІВ ЯК ТИП ТА МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ

Скороход Г.І., к. т. н., старший науковий співробітник,  
доцент кафедри комп'ютерних технологій  
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

У статті автором пропонується розглядати текстові задачі як прикладні і вчити визначати їх тип. Під типом задачі розуміється її об'єкт і вимога до нього. Розглянуто найбільш поширений тип задачі – перетворення об'єктів. Перетворення об'єктів висвітлено також як метод розв'язання задач. Охарактеризовано різні постановки задач, методи розв'язання і приклади текстових задач.

**Ключові слова:** текстові задачі, тип задачі, перетворення об'єктів, методи розв'язання задач, приклади текстових задач.

В статье автором предлагается рассматривать текстовые задачи как прикладные и учить определять тип задачи. Под типом задачи понимается ее объект и требование к нему. Рассмотрен наиболее распространенный тип задачи – преобразование объектов. Преобразование объектов освещено также как метод решения задач. Охарактеризованы различные постановки задач, методы решения и примеры текстовых задач.

**Ключевые слова:** текстовые задачи, тип задачи, преобразование объектов, методы решения задач, примеры текстовых задач.

#### Skorokhod G.I. TRANSFORMATION OF OBJECTS AS A TYPE AND A METHOD OF SOLVING TEXT PROBLEMS

It is proposed to consider text problems as applied and to learn to define a type of problem. Under the type of problem is meant the object of the problem and the requirement to it. The transformation of objects – the most frequent type of problem – is considered. Object transformation is also considered as a method for solving problems. Different setting of problems, methods of solution and examples of text problems are considered.

**Key words:** text problems, type of problem, object of the problem, transformation of objects, methods for solving problems, examples of text problems.

Текстові задачі у шкільному курсі математики повинні займати важливе місце, оскільки їх об'єкти не є математичними, а розв'язуються ці задачі математичними

методами. Саме з такого роду задачами може зустрітися в подальшому житті більшість сьгоднішніх учнів і саме такими методами вони будуть їх розв'язувати,



якщо їм доведеться це робити. Назва «текстові» є загальноприйнятою [1]. Але вона відображає лише те, що задача сформульована у вигляді тексту. На наш погляд, для більшості таких задач підходить назва «прикладні», бо в науці так прийнято називати задачі щодо нематематичних об'єктів, які розв'язуються математичними методами. Наприклад, задача «Обчислити площу прямокутника за довжинами сторін» – математична, а задача «Обчислити площу прямокутної ділянки» – прикладна, тому що в першій задачі прямокутник – математична фігура, а у другій – математична модель. Якщо підходити до текстових задач як до прикладних, то відпадає питання (яке дискутується [1]), навіщо вчити їх розв'язувати, тому що для більшості учнів навчитися розв'язувати прикладні задачі за допомогою математики набагато важливіше, ніж розв'язувати задачі чистої математики. Зауважимо, що багато логічних задач (які з великим бажанням розв'язують учні від 5-го класу до V-го курсу) також є текстовими і прикладними; багато фірм, приймаючи на роботу, пропонують розв'язати саме логічні задачі, причому в обмежений час, тому тренування в їх розв'язанні не буде зайвим.

Для розв'язання задачі необхідно проаналізувати особливості її постановки і, якщо це вдається, виділити тип задачі. Типом задачі ми називаємо не її зовнішню форму (задача на рух, відсотки і т. п.), а її внутрішній логічний зміст, адже саме він дозволяє скласти адекватну математичну модель і вибрати метод розв'язання. Тип задачі включає в себе об'єкт та вимоги до цього об'єкта. Вимога передається дієсловом: довести, спростити, обчислити тощо. Метод розв'язання пов'язаний із типом задачі, але ця відповідність не є взаємно однозначною: задачі одного типу можуть бути розв'язані різними методами, а одним методом можна розв'язати задачі різних типів.

Одним із найпоширеніших типів задач є перетворення об'єктів. Перетворення заповнюють життя і, відповідно, математику як його відображення.

1. Перетворення як тип задачі завжди містить три елементи: 1) початковий стан об'єкта  $H$ ; 2) операція перетворення (або послідовність операцій)  $P$ ; 3) кінцевий стан об'єкта  $K$ . Схема:  $H \rightarrow P \rightarrow K$ .

Розглянемо можливі постановки задач.

1.1. Дано:  $H$  і  $P$ . Визначити  $K$  (або властивості  $K$ ).

Метод розв'язання: 1) знайти інваріант перетворення, він дозволяє скласти рівняння з невідомим, у лівій частині якого – вираз інваріанта в початковому стані

об'єкта, а у правій – у перетвореному стані. Розв'язання цього рівняння або прямо дає відповідь на вимогу задачі, або істотно наближає до розв'язку. До цього типу належать задачі на перетворення розчинів, сумішей і сплавів, зростання депозиту в банку і т. п. (задача 1); 2) знайти інваріант перетворення і на його основі за допомогою дедуктивних (логічних) умовиводів прийти до розв'язку задачі (задача 2).

1.2. Дано:  $H$  і  $K$ . Визначити  $P$ , тобто здійснити послідовність операцій, завдяки чому можна стан  $H$  перевести у стан  $K$ .

Метод 1: знаходження інваріанта перетворення може суттєво наблизити до розв'язку задачі (задачі 3, 4).

Метод 2: використовувати рівносильні перетворення, за яких змінюється форма об'єкта, але інваріантним залишається його кількісний зміст. Наприклад, розв'язання рівняння  $f(x)=0$  можна трактувати як перетворення його початкового стану в кінцеве  $x = a$ , форма якого відома, але невідоме значення  $a$ , невідома також послідовність перетворень  $H$  у  $K$ . Аналогічно можна трактувати розв'язання системи рівнянь або нерівностей.

Перетворення може бути й у тому, щоб початковий стан доповнити елементом, який треба вибрати з указаної множини елементів; при цьому доповненні треба виконати зазначені умови. Метод розв'язання задачі такого типу залежить від її конкретної постановки. Одним із методів є заміна опису елемента рівносильним терміном (задача 5). В інших випадках може стати у нагоді протилежна рекомендація «замінити термін його означенням».

1.3. Дано:  $P$  і  $K$ . Визначити  $H$ . Окремий випадок: кожна операція в послідовності  $P$ : 1) застосовується до результату попередньої операції; 2) є однозначною; 3) має однозначну або багатозначну зворотну операцію. Такі задачі розв'язуються: а) методом зворотних перетворень («від кінця до початку»): до кінцевого значення застосовується послідовність зворотних операцій (задачі 6, 7); б) шляхом складання і розв'язання рівняння  $f(H)=K$ , де  $f(H)$  відображає послідовність перетворень  $P$  початкового стану (задача 8). Такий метод можна застосувати й тоді, коли використовується метод зворотних перетворень (задачі 3, 4).

1.4. Дано:  $H$ ,  $P$ ,  $K$ . Треба: 1) довести, що за одних додаткових умов таке перетворення можливе, а за інших – ні; 2) визначити проміжний стан об'єкта. Перша задача може бути розв'язана методами дедукції та інваріанта (задача 9), друга – перетвореннями з початку або з кінця (задача 10).



2. У постановці багатьох задач немає перетворення, але воно є в методі розв'язання. Наприклад, задачі: 1) знайти підмножину (елемент)  $X$  заданої множини  $M$ , що задовольняє умови  $U$ ; 2) довести, що існує підмножина (елемент)  $X$  заданої множини  $M$ , яка має задані характеристики  $U$ . Метод розв'язання: перетворення одного або кількох елементів  $X$ ,  $M$ ,  $U$  постановки задачі.

2.1. Перетворення множини  $M$ . Метод: поділення множини  $M$  на дві частини і відкидання тієї частини, у якій розв'язку бути не може (задача 9).

2.2. Перетворення умови  $U$ .

2.2.1. Багато текстових задач розв'язуються методом математичного моделювання. Математичною моделлю є рівняння або система рівнянь. Рівняння  $f_i(x) = 0$  можна розглядати як умову, яку має задовольняти невідома  $x$ . Приклад: розв'язати рівняння  $f_1(x) = 0$ . Тут умовою  $U$  є саме рівняння.

Метод: Розв'язання полягає в перетворенні рівняння до рівносильного рівняння (одного або кількох) того самого типу і побудові послідовності таких рівносильних перетворень рівняння  $f_i(x) = 0$  в рівняння  $f_{i+1}(x) = 0$  доти, поки вийде рівняння виду  $x = C$  (або об'єднання рівнянь такого виду), яке і представляє шуканий елемент  $X$ . Рівносильність полягає в тому, що всі рівняння  $f_i(x) = 0$  мають один і той самий розв'язок.

2.2.2. Метод: перетворити вихідну ситуацію  $U$  таким чином, щоб у новому стані невідома  $X$  мала те саме значення, що й у вихідному (інваріант перетворення) і могла бути обчислена (задача 10).

2.3. Перетворення невідомого  $X$ . Метод розв'язання рівняння:

1) перетворити рівняння  $f_1(x) = 0$  до рівняння (одного чи кількох) іншого типу  $F_1(y) = 0$  із заміною змінної  $x$  на  $y = g(x)$ ;

2) одержати розв'язання  $y = K$  рівняння  $F_1(y) = 0$ ;

3) обчислити шукане значення  $x = g^{-1}(K)$ .

Далі наведено формулювання та розв'язки задач, на які наявні посилання в тексті вище.

Задача 1. [2, задача № 13.002]. Скільки кілограмів води треба випарити з 0,5 т целюлозної маси, яка містить 85% води, щоб одержати масу із вмістом 75% води?

Розв'язання. Інваріантом такого роду перетворень є маса сухої речовини; порівнюючи цю масу в початковому та кінцевому станах, одержуємо рівняння для розв'язання задачі.

Зазначимо, що багато текстових задач, зокрема в [2, гл. 13], мають такий саме

тип і розв'язуються так само за допомогою інваріанта перетворення.

Задача 2. В одній чашці налита кави, в іншій такій самій чашці – молока. Обсяги рідини рівні між собою. Із чашки з кавою беруть чайну ложку кави, переливають у чашку з молоком, розмішують, і чайну ложку суміші переливають у чашку з кавою. Чого буде більше: кави в молоці чи молока в каві?

Розв'язання: якщо: 1) врахувати, що обсяг суміші в кожній із чашок після таких переливань залишається незмінним, тобто є інваріантом цих перетворень, 2) уявити ситуацію до і після переливання графічно, розділивши при цьому молоко і каву (моделювання на геометричній мові), 3) порівняти ці дві візуально представлені ситуації, то стає очевидним (у буквальному сенсі цього слова), що обсяги кави в молоці і молока в каві рівні між собою. Більше того, задача має той самий розв'язок: 1) за будь-якої кількості подвійних переливань, 2) за різних форм чашок, 3) за нерівних вихідних обсягах кави і молока. Істотною є лише рівність об'ємів рідини, що переливається із чашки в чашку. Таким чином, у процесі порівняння визначаються також суттєві й несуттєві фактори в умові задачі, задача узагальнюється за рахунок усунення несуттєвих факторів і легко розв'язується.

Задача 3. [3, задача № 91]. З 5 однакових квадратів складений хрест. Розрізати квадрати прямими лініями так, щоб з отриманих фігур можна було скласти один квадрат.

Розв'язання: очевидно, що інваріантом такого перетворення є площа фігури. Якщо вважати, що довжина сторони кожного з 5 квадратів дорівнює 1, то площа шуканого квадрата дорівнюватиме 5. Тепер задача зводиться до задачі фізичної побудови відповідної сторони шуканого квадрата. Її можна отримати як гіпотенузу прямокутного трикутника зі сторонами, рівними 1 і 2. Такий трикутник можна скласти із двох частин одного малого квадрата, розрізаного по прямій, що проходить через вершину квадрата та середину протилежної сторони. Тоді для розв'язання задачі чотири квадрати розрізають зазначеним чином, і складені з них чотири прямокутних трикутники центрально симетрично розташовують навколо нерозрізаного п'ятого квадрата. Аналогічний за результатом розв'язок наведений у [3]. У розв'язку, наведеному в [3, с. 139], хрест розрізаний так, що дві протилежні сторони квадрата мають потрібний розмір, а кожна із двох інших сторін складена із двох рівних відрізків.



Задача 4 [3, задача № 85]. Модель задачі: три однакових квадрати розміром  $2 \times 2$  утворюють фігуру у формі кута. Треба вирізати із цієї фігури таку частину, щоб, приклавши її до тієї частини, що залишилася, одержати квадрат, усередині якого є отвір.

Розв'язання. Як і в попередній задачі, інваріантом перетворення є площа фігури, вона дорівнює 12. Вочевидь, у кутах нового квадрата мають стояти елементарні квадрати  $1 \times 1$ , їх площа дорівнює 4. Тоді площа кожного прямокутника розміром  $k \times 1$ , який поєднує кутові квадрати, дорівнює  $8:4=2$ , тоді  $k=2$ . Форма і розміри кінцевої фігури означені. Треба розрізати кут по його середній лінії на два подібних кути.

Задача 5. Через вершини квадрата провести замкнуту ламану із трьома ланками.

Розв'язання. Перетворення в постановці задачі складається в тому, що задану фігуру (вершини квадрата) треба доповнити замкненою ламаною із трьома ланками, яка б проходила через ці вершини. Перетворення в методі розв'язання є в тому, щоб опис «замкнута ламана із трьома ланками» замінити на рівносильний термін «трикутник» і переформулювати задачу таким чином: «На сторонах трикутника розмістити 4 точки». Розв'язання такої задачі очевидне, зрозумілим стає також те, що вихідна задача має безліч розв'язків. Зазначимо, що іноді спрацьовує протилежна рекомендація: «замінити термін його означенням».

Задача 6 [3, задача № 60]. Модель задачі: у результаті однієї операції кількість грошей у кишені селянина подвоюється, і він віддає чорту 24 копійки. Після трьох таких операцій селянин віддав чорту всі гроші. Треба визначити, скільки грошей було в селянина спочатку.

Розв'язання. Кількість грошей спочатку обчислюється методом зворотних перетворень стосовно кінцевого результату  $K=0$ :

$$N = (((0+24):2+24):2+24):2 = 21.$$

Зазначимо, що така задача дозволяє поставити запитання, за якої початкової кількості грошей селянин виграв би або ж не програв, і таким чином познайомити учнів із поняттям біфуркації розв'язку задачі за зміни значення її параметра.

Задача 7 [3, задача № 61]. Модель задачі: у результаті однієї операції кількість картоплин зменшується на третину. Після трьох операцій залишилось 8 картоплин. Треба визначити, скільки картоплин було спочатку.

Розв'язання. Цю задачу легко розв'язати методом математичного моделювання:

$$(2/3)^3 N = 8, N = 27.$$

Але з педагогічного боку доцільним є тренування в застосуванні методу зворотних перетворень.

Задача 8 [3, 13.087]. Задумано ціле додатне число  $X$ . До його запису приписали справа цифру 5, і з числа, яке було отримано, відняли  $X/2$ . Різницю поділили на  $X$ , а потім відняли  $X$  і одержали 1. Чому дорівнює  $X$ ?

Розв'язання. Математичною моделлю, яка відповідає постановці задачі, є рівняння

$$((10X+5)^2 - X^2) / X - X = 1,$$

розв'язання якого дає відповідь  $X=5$ .

Зазначимо, що хоча відома послідовність перетворень та кінцевий результат, розв'язати задачу методом зворотних перетворень неможливо, оскільки в рівнянні входить різниця двох функцій від  $X$ . З цієї самої причини методом зворотних перетворень неможливо розв'язати рівняння  $\sin(x) + \cos(x) = 0,5$ .

Задача 9. Потрібно перевернути верх дном  $n$  чашок за таким правилом: за один раз можна перевернути  $n-1$  чашку (будь-які), операцію можна повторювати. Покажіть, що задача має розв'язання, якщо  $n$  парне, і не має для  $n$  непарного.

Розв'язання. Якщо  $n$  парне, ми  $n$  раз перевернемо чашки, залишаючи кожного разу недоторканою одну нову чашку. У результаті кожна чашка перевернеться  $n-1$  разів і виявиться догори дном.

Якщо  $n$  непарне, то кожній чашці, яка стоїть правильно, поставимо у відповідність  $+1$ , а кожній перевернутій  $-1$ . Добуток усіх цих чисел на початку дорівнює  $+1$ , якщо ж усі чашки виявляться перевернутими, він стане  $-1$ , оскільки  $n-1$  парне число, то на добуток це не вплине, і ми завжди будемо отримувати  $+1$ , і не зможемо отримати  $-1$ .

Задача 10. В озері ростуть водяні лілії. Кожен день кількість лілій подвоюється. Якщо на 10-й день озеро заросло повністю, то на який день воно заросло наполовину?

Розв'язання. Метод: від кінця. Озеро заросло наполовину на 9-й день.

Задача 11. За яке найменше число запитань, відповідь на які може бути тільки «так» чи «ні», можна завжди визначити задумане число із множини чисел від 1 до 1000?

Розв'язання. Надійним методом розв'язку є послідовне ділення множини чисел  $M$  навпіл і запитання: «Чи належить задумане число проміжку від 1 до  $1000/2^k$ ». Оскільки  $2^{10} = 1024$ , значить, не більше, ніж за 10 запитань задумане число буде відгадане.

Задача 12. У верхньому куту кімнати сидить павук, а в нижньому куту по діагоналі кімнати від нього сидить муха. Павук може





пересуватися по площинах кімнати. Який найкоротший шлях від павука до мухи?

Розв'язання: 1) переформулювання на математичну мову, 2) оскільки довжина ламаної не залежить від взаємного розташування її плечей, тобто є інваріантом за зміни взаємного розташування її плечей, потрібно знайти перетворення площин кімнати, яке приводить до задачі, де мінімум шуканої відстані обчислюється легко. Таким перетворенням є розгортання кімнати на площину підлоги і з'єднання заданих точок відрізком.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Шевкин А. Текстовые задачи в школьном курсе математики / А. Шевкин [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.shevkin.ru/?action=Page&ID=399>.
2. Сборник задач по математике для поступающих в вузы : [учебное пособие] / [В. Егоров, Б. Кордемский, В. Зайцев и др.] ; под ред. М. Сканави. – 6-е изд., стерпот. – М. : Высшая школа, 1992. – 528 с.
3. Игнатъев Е. В царстве смекалки / И. Игнатъев ; текстол. обработка Ю. Нестеренко ; под ред. М. Потапова. – 5-е изд. исправ. – М. : Наука, 1987. – 176 с.

УДК 370.176

### ПЕРСПЕКТИВИ ДИСТАНЦІЙНОГО І ЗМІШАНОГО НАВЧАННЯ В СИСТЕМІ БЕЗПЕРЕРВНОЇ ОСВІТИ

Стадник О.Д., к. ф.-м. н., доцент,  
доцент кафедри фізики та методики навчання фізики  
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка  
Яременко О.В., к. ф.-м. н., доцент,  
доцент кафедри фізики та методики навчання фізики  
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка  
Балабан Я.Р., магістр  
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка  
Мороз І.О., д. пед. н., професор,  
завідувач кафедри фізики та методики навчання фізики  
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка

У статті розглянуто глобальні тенденції розвитку світової системи освіти, проаналізовано основні віхи впровадження дистанційної та змішаної освіти, виявлено ключові стейкхолдери дистанційного навчання та їхні цілі, а також акцентовано увагу на необхідності розвитку нових дидактичних засобів, зокрема smart-технологій і smart-посібників для ефективної системи дистанційного навчання. Указану роботу пропонується розпочинати з розроблення концепції smart-посібника та проектування відповідних навчальних блоків.

**Ключові слова:** дистанційна освіта, smart-технології, стейкхолдери дистанційного навчання, безперервна освіта.

В статье рассмотрены глобальные тенденции развития мировой системы образования, проанализированы основные вехи внедрения дистанционного и смешанного образования, обнаруженные ключевые стейкхолдеры дистанционного обучения и их цели, а также акцентировано внимание на необходимости развития новых дидактических средств, в частности, smart-технологий и smart-пособий для эффективной системы дистанционного обучения. Указанную работу предлагается начинать с разработки концепции smart-пособия и проектирования соответствующих учебных блоков.

**Ключевые слова:** дистанционное образование, smart-технологии, стейкхолдеры дистанционного обучения, непрерывное образование.

Stadnyk O.D., Yaremenko O.V., Balaban Ya.R., Moroz I.O. PERSPECTIVES OF DISTANCE AND BLENDED LEARNING IN A SYSTEM OF CONTINUOUS EDUCATION

The article deals with the global trends in development of education system. The main stages of implementation of distance and blended learning were analyzed. The key stakeholders of distance learning and their purposes were revealed. The article focuses on the necessity of development of new didactic materials, especially smart-technologies and smart-guides for improving the efficiency of the distance learning system. Work in this direction was recommended to start with development of the concept of a smart-guide and design of the corresponding educational blocks.

**Key words:** distance learning, smart technologies, stakeholders in distance education, continuing education.