

ДЕМОНСТРАЦІЙНІ КОМП'ЮТЕРНІ МОДЕЛІ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ ПРОСТОРОВОЇ УЯВИ

У статті викладено прийоми використання демонстраційних комп'ютерних моделей (ДКМ) під час розв'язування стереометричних задач. Використання таких засобів дає можливість ефективно будувати навчальний процес та сприяє формуванню просторової уяви учнів, урахувуючи індивідуальні особливості їх розвитку і принципи диференційованого навчання.

Ключові слова: демонстраційна комп'ютерна модель (ДКМ), просторова уява, стереометрія, переріз піраміди.

У “Концепції шкільної математичної освіти” поставлені завдання формувати мислення учнів, розвитку уяви та просторових уявлень, що мають забезпечуватись під час вивчення курсу геометрії в основній і старшій школах.

У зв'язку з використання сучасної комп'ютерної техніки актуальною є проблема створення відповідного педагогічного середовища, яке забезпечить розв'язання завдання формування просторового мислення учнів, розвитку просторової уяви, зокрема під час вивчення математики.

Питання формування та розвитку уяви висвітлені у працях вітчизняних та зарубіжних педагогів і психологів О. Борейка, Т. Рібо, А. Цукаря, Г. Владимирського, Н. Менчинської, О. Кабанової-Меллер, І. Якиманської [1; 3; 7]. Проблема унаочнення навчального матеріалу, відображена в роботах Н. Четверухіна, А. Глейзера, В. Савченко, А. Земляної [2; 4; 6] та інших учених.

Мета статті полягає в розробці окремих елементів методики використання комплексу демонстраційних комп'ютерних моделей (ДКМ) для розвитку просторової уяви учнів під час вивчення математики.

Усі психічні процеси, зокрема просторова уява, формуються й удосконалюються в результаті певної діяльності. Таку діяльність доцільно стимулювати й координувати під час розв'язування стереометричних задач, у тому числі на побудову.

Пропонуємо до розгляду систему вправ на побудову перерізу піраміди, яка базується на використанні демонстраційних комп'ютерних моделей (ДКМ). Її застосування надає можливість сформувати в учнів геометричні уявлення, підвищити рівень розвитку просторової уяви за рахунок умінь створювати в уяві нові образи, відтворювати відомий об'єкт, встановлювати взаємозв'язки між уявленнями.

Основні принципи системи вправ полягають у наступних положеннях.

1. Навчальний матеріал передбачає приведення у логічний зв'язок отримані учнями знання та формування нових понять.
2. У вправах запропоновано ряд варіацій фігур, що розширюють геометричний кругозір учнів та сприяють накопиченню уявлень в області геометричних співвідношень.
3. Система вправ передбачає матеріал для застосування отриманих знань в нових заданих умовах та для розвитку навичок під час самостійної роботи.
4. Стосовно послідовності та наступності матеріалу кожна вправа побудована таким чином, що нове геометричне співвідношення дається ізольовано, потім поступово ускладнюється у поєднанні з іншими, пов'язаними з ним співвідношеннями.
5. Підібрані вправи мають за мету надати достатню кількість наочних прикладів побудови перерізу піраміди.

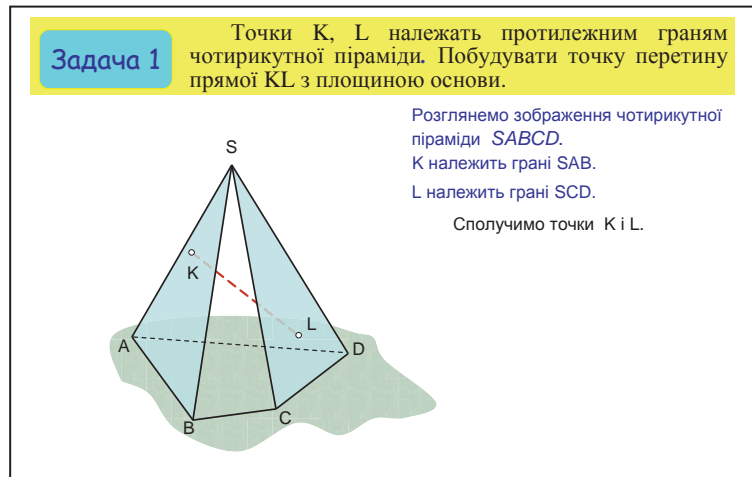
Запропонована система вправ містить три типи задач на побудову перерізу піраміди: знаходження точки перетину прямої і площини, знаходження лінії перетину двох площин, побудова перерізу.

Розв'язування задач усіх типів розпочинається з осмислення умови задачі, взаємного розташування елементів стереометричної фігури. Це сприяє формуванню правильних геометричних уявлень та розвитку просторової уяви.

Розглянемо, як приклад, демонстраційну комп'ютерну модель задачі на знаходження точки перетину прямої з площиною.

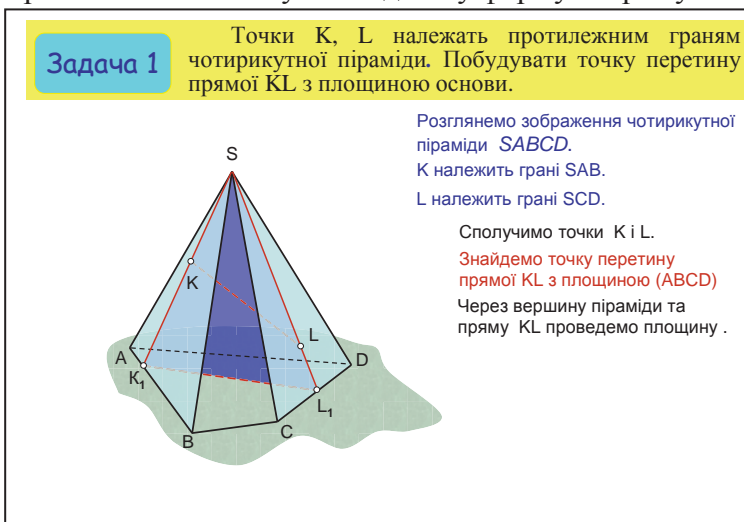
Задача 1. Точки K , L належать протилежним граням чотирикутної піраміди. Побудувати точку перетину прямої KL з площиною основи.

На першому слайді ДКМ (мал.1) демонструємо умову задачі. Графічні об'єкти, передбачені завданням, з'являються послідовно з лівої сторони слайду, а відповідні пояснення – з правої. Так, поява зображення чотирикутної піраміди та заданих точок супроводжується відповідним текстом. Оскільки за умовою задачі точки K , L належать протилежним граням, пропонуємо застосувати ефект появи граней SAB та SCD вибраним кольором. З появою грані SAB з'являється точка K , а з появою грані SCD – точка L .



Мал. 1.

Слід зауважити, що вибір саме таких граней є більш наочним для подальшого розв'язування задачі. Таким чином ми формуємо вміння визначати геометричне співвідношення елементів просторової фігури, правильно орієнтувати її перед очима. Для кращого розуміння поставленого завдання сполучаємо точки K , L пунктирною лінією, а площину основи піраміди обмежуємо довільним контуром. Пунктирна лінія на рисунку моделі допомагає виявити різницю в структурі геометричної фігури в просторовому положенні без допоміжних словесних пояснень. Така форма наочності допомагає правильно зрозуміти задане зображення фігури через умову задачі, виділити необхідні частини фігури, правильно мислено уявити дійсну форму зображуваної фігури.



Мал. 2.

Проробивши аналіз умови задачі, переходимо до демонстрації побудов, передбачених розв'язуванням задачі. Для знаходження точки перетину прямої KL з площиною основи $ABCD$ піраміди потрібно провести через точки K , L та вершину піраміди S допоміжну площину. Для цього використовуємо ефект появи площини синього кольору, що проходить через ці точки. На слайді (мал. 2) легко спостерігати взаємне розміщення площин у просторі, що позитивно впливає на сприйняття структури просторового образу. Об'єкти демонстраційної

комп'ютерної моделі з'являються послідовно з лівого боку слайду та залишаються статичними. Нові елементи, на яких акцентується увага, з'являються природним чином, не відволікаючи увагу, а навпаки підсилюють формування нового геометричного поняття у

вигляді образу уяви. Таким чином демонстраційний рисунок не викликає додаткових утруднень під час розв'язування задачі.

Наступні слайди (мал. 3) слугують демонстрацією послідовності побудов для знаходження точки перетину прямої KL з площиною основи піраміди. Шукану точку X визначаємо як перетин прямих KL та K_1L_1 у допоміжній площині.

Схематизований супроводжувальний текст на слайді поєднаний з анімаційними ефектами появи необхідних елементів геометричної фігури. Ця композиція дає можливість краще запам'ятати послідовність дій при виконанні побудов, звернути увагу учнів на основні моменти. У такому поєднанні здійснюється позитивний вплив на усвідомлення та засвоєння навчального матеріалу.

Наступна задача запропонованої системи вправ містить у собі деяку складність, яка полягає в необхідності виділити в даній фігурі саме ті геометричні співвідношення, використання яких забезпечить правильність побудов.

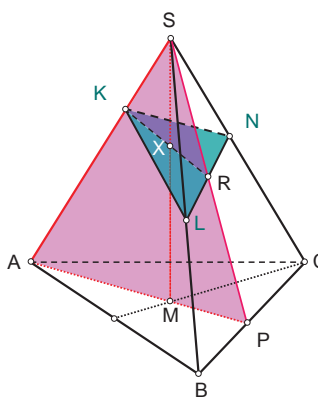
Задача 2. Точки K, L належать граням тетраедра. Визначити точку перетину прямої KL з площиною третьої бічної грані тетраедра.

У цій задачі демонструється застосування вже вивченого методу геометричних побудов при знаходженні точки перетину прямої з площиною, але на іншому конкретному геометричному матеріалі. Такий підхід сприяє відтворенню відомого об'єкта в уяві і допомагає створювати нові образи уяви.

Пропонуємо до розгляду наступну задачу запропонованої системи вправ.

Задача 3

Дано тетраедр $SABC$. Площина γ задана трьома точками, що належать ребрам SA, SB, SC . Побудувати точку перетину площини γ з прямою, яка проходить через вершину тетраедра S та точку перетину медіан грані ABC .



Знайдемо точку перетину прямої MS з площиною (KLN) .

Проведемо допоміжну площину через ребро AS та MS . Вона перетне площину основи по медіані AP , а грань SBC по відрізку SP .

Побудуємо лінію перетину площин (KLN) та (ASP) .

Знайдемо дві точки, які одночасно належать двом площинам.

K та $R = SP \cap LN$

Отже, KR лінія перетину площин (KLN) та (ASP) .

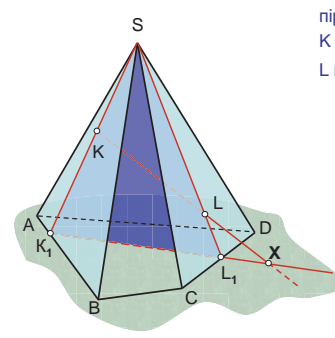
Шукана точка $X = KR \cap DM$

Мал. 4.

співвідношення. Шукана точка перетину прямої SM із площиною KLN розміщена на лінії перетину площин ASP та KLN .

Задача 1

Точки K, L належать протилежним граням чотирикутної піраміди. Побудувати точку перетину прямої KL з площиною основи.



Розглянемо зображення чотирикутної піраміди $SABCD$.

K належить грані SAB .

L належить грані SCD .

Сполучимо точки K і L .

Знайдемо точку перетину прямої KL з площиною $(ABCD)$

Через вершину піраміди та пряму KL проведемо площину.

Дана площина перетне бічні грані піраміди по прямих KK_1 та LL_1 , а площину основи по відрізку K_1L_1 .

$X = KL \cap K_1L_1$

Отже, X - точка перетину прямої KL з площиною $(ABCD)$.

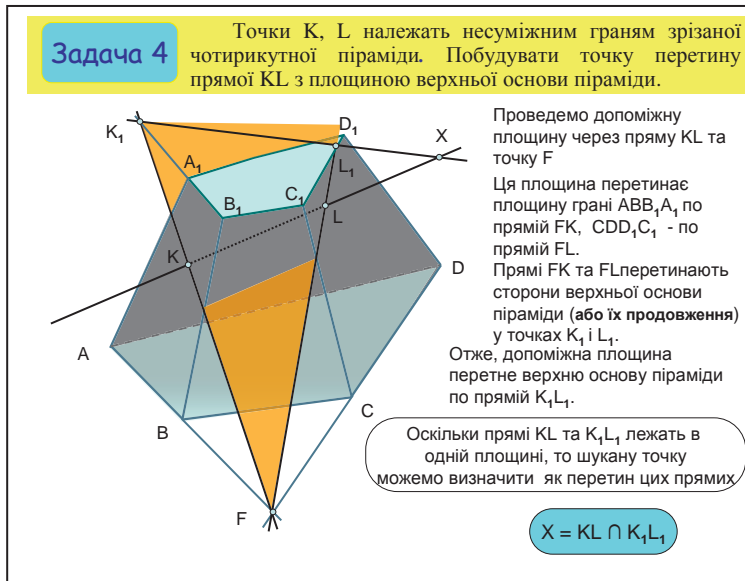
Мал. 3.

Унаслідок продемонстрованого розміщення площин стає зрозумілим, що через них проходить єдина пряма, яка є лінією їх перетину. Прямі SM та KR належать одній площині, на їх перетині вказуємо положення шуканої точки X .

На слайдах демонстраційної моделі зображення піраміди залишається незмінним. Це забезпечує стійкість просторового образу геометричної фігури. А динамічна поява інших елементів, зумовлених послідовністю побудов, дає можливість ясно володіти суттєвими ознаками та розуміти принцип знаходження потрібного елемента.

Наступна задача системи вправ також передбачає формування вміння знаходити точку перетину прямої з площиною, однак пропонується виконати побудови на зрізаній чотирикутній піраміді.

Задача 4. Точки K, L належать несуміжним граням зрізаної чотирикутної піраміди. Побудувати точку перетину прямої KL з площиною верхньої основи піраміди.



Мал. 5.

На слайді ДКМ (мал. 5) демонструємо положення точок K, L на несуміжних гранях AA_1B_1B та CC_1D_1D відповідно. Для проведення додаткової площини потрібно визначити ще одну точку що належить площинам граней, у яких знаходяться точки K та L . Такий прийом властивий для зрізаної піраміди. Для цього продовжимо сторони основи піраміди AB та DC . Отримаємо точку F . Допоміжну площину проведемо через точки K, L, F . Далі демонструємо знаходження прямої K_1L_1 по якій допоміжна площина перетне верхню основу зрізаної піраміди. Оскільки KL та K_1L_1 лежать в одній площині то на їх перетині визначаємо

положення шуканої точки X . Слід зауважити, що коли KL та K_1L_1 паралельні, то точки перетину прямої KL з площиною верхньої основи зрізаної піраміди не існує.

ДКМ цієї задачі дозволяє розглянути можливі варіанти розміщення заданих точок, що розширює геометричний кругозір учнів та сприяє накопиченню уявлень в області геометричних співвідношень, що вивчаються.

Складнішими є задачі на побудову перерізів, у яких не задано жодного сліду січної площини. Розв'язування таких задач, як правило, починають з побудови сліду на площині основи. Потім легко визначити відрізки перетину (ті, що існують) сліду січної площини із гранями многогранника. Ці відрізки й будуть сторонами шуканого перерізу деякого многокутника [5: 110].

Розглянемо як приклад наступну ДКМ.

Задача 5. Дано точки K, L, M , які належать різним граням довільної чотирикутної піраміди. Побудувати переріз многогранника площиною (KLM) .

У цій задачі запропоновано два методи побудови перерізу піраміди: метод сліду та внутрішнього проектування. Це дає можливість застосовувати прийоми мислено згадувати та порівнювати різні методи при побудові перерізів. За допомогою ДКМ зручно порівняти отримані результати та прослідкувати послідовність побудов обома методами.

На наступному етапі належну увагу необхідно приділити формуванню навичок оперувати просторовими уявленнями, одержаними в результаті попередньої діяльності. Уміння бачити просторові образи на готовому рисунку є важливим стимулом для розвитку просторових уявлень та уяви.

Для побудови сліду січної площини на площині основи потрібно виконати двічі послідовність побудов, що передбачена при знаходженні точки перетину прямої з площиною (мал. 6). В обох випадках на ДКМ демонструється поява допоміжних площин, які проходять через відрізки KL , ML та вершину піраміди S . Площини з'являються та зникають послідовно, а визначені точки залишаються статичними. Саме через них проводимо пряму яка є слідом січної площини на площині основи піраміди.

Наступним кроком на ДКМ (мал. 7) є визначення положення точки, що одночасно належить одній із бічних граней піраміди та січній площині. Для цього достатньо продовжити одну із сторін основи піраміди до перетину із прямою RP . Виходячи із зображення на ДКМ найзручніше продовжити сторону AB . Таким чином визначаємо положення точки Q . Через точки Q та K , що належать січній площині, проведемо пряму. Відрізок A_1B_1 , належить межі шуканого перерізу. На останньому слайді проводимо відрізки B_1C_1 , C_1D_1 , D_1A_1 та демонструємо отриманий переріз, що дозволяє краще уявити положення січної площини (мал. 8).

Завдяки запропонованим варіаціям положення елементів фігури на ДКМ можемо спостерігати яким чином змінюється форма шуканого перерізу фігури, встановлювати співвідношення елементів фігури, визначати хід побудов, виділяти істотні ознаки фігури.

Сформулюємо основні прийоми застосування ДКМ при розв'язуванні задач на побудову перерізу піраміди:

- використання ДКМ при розв'язуванні задачі допомагає правильно

Задача 5 Дано точки K, L, M які належать різним граням довільної чотирикутної піраміди. Побудувати переріз многогранника площиною (KLM) .

Розглянемо зображення чотирикутної піраміди $SABCD$.

Визначимо положення точок K, L, M .

- K належить грані SAB .
- L належить грані SBC .
- M належить грані SCD .

Визначимо слід січної площини (KLM) . Для цього необхідно знайти дві точки перетину довільних прямих січної площини з площиною основи. Тоді точка $P = KL \cap K_1L_1$ належить січній площині. Аналогічно визначимо точку $R = ML \cap M_1L_1$.

RP – слід січної площини

Мал. 6.

Задача 5 Дано точки K, L, M які належать різним граням довільної чотирикутної піраміди. Побудувати переріз многогранника площиною (KLM) .

Розглянемо зображення чотирикутної піраміди $SABCD$.

Визначимо положення точок K, L, M .

- K належить грані SAB .
- L належить грані SBC .
- M належить грані SCD .

Продовжимо сторону AB до перетину з RP . Отримаємо точку Q . Вона належить площині грані SAB а також січній площині (KLM) . Проведемо пряму через точки Q, K . QK перетинає ребро SB в точці B_1 .

Отже, січна площина (KLM) перетинає грань SAB по відрізьку A_1B_1 .

Безпосередньо проведемо B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1 .

Мал. 7.

Задача 5 Дано точки K, L, M які належать різним граням довільної чотирикутної піраміди. Побудувати переріз многогранника площиною (KLM) .

Розглянемо зображення чотирикутної піраміди $SABCD$.

Визначимо положення точок K, L, M .

- K належить грані SAB .
- L належить грані SBC .
- M належить грані SCD .

Продовжимо сторону AB до перетину з RP . Отримаємо точку Q . Вона належить площині грані SAB а також січній площині (KLM) . Проведемо пряму через точки Q, K . QK перетинає ребро SB в точці B_1 .

Отже, січна площина (KLM) перетинає грань SAB по відрізьку A_1B_1 .

Безпосередньо проведемо B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1 .

Побудову завершено

Мал. 8.

зрозуміти задане зображення фігури, що приводить до правильного дійсного її уявлення;

- ДКМ є ілюстративним засобом, що містить у собі конструктивний елемент;
- ступінь складності запропонованих задач виростає в міру конструктивного ускладнення фігури та враховує основні типи задач при побудові перерізу піраміди.

Застосування запропонованих ДКМ під час розв'язування стереометричних задач можуть стати ефективним засобом наочності та сприяти розвитку просторової уяви учнів. Розглянутий вище матеріал не вичерпує багатоманітності завдань, що сприяють розвитку просторової уяви учнів, однак він визначає певну систему вправ, за результатами виконання яких можуть бути успішно вирішенні основні завдання під час вивчення геометрії в школі.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Владимирский Г. А. Экспериментальное обоснование системы и методики упражнений в развитии пространственного воображения/ Г.А. Владимирский// Известия академии педагогических наук РСФСР. – М., 1949. – Вып. 21. – С.95-149.
2. Земляная А. Д. Опыт развития пространственного воображения учащихся на основе наглядных пособий/ А.Д. Земляная// Известия академии педагогических наук РСФСР. – М., 1949. – Вып. 21. – С.85-93.
3. Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся. – М.: Просвещение, 1968. – 288 с.
4. Савченко В. М. Изображение фигур в математике / В. М. Савченко. – К.: Вища шк., 1978. – 136 с.
5. Тадеєв В. О. Геометрія. Фігури обертання. Векторно-координатний метод: дворів. підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закл. / В. О. Тадеєв; за ред. М. Й. Ядренка. – Т.: Богдан, 2004. – 480 с.
6. Четверухин Н. Ф. Опыт исследования пространственных представлений и пространственного воображения учащихся/ Н.Ф. Четверухин// Известия академии педагогических наук РСФСР. – М., 1949. – Вып. 21. – С.5-50.
7. Якиманская И. С. Развивающее обучение / И. С. Якиманская. – М.: Педагогика, 1979. – 144 с.

Гуливата І.О., Заболотний В.Ф.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ КОМПЬЮТЕРНЫЕ МОДЕЛИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ВОООБРАЖЕНИЯ

В статье изложены приемы использования демонстрационных компьютерных моделей (ДКМ) во время решения стереометрических задач. Использование таких средств дает возможность эффективно строить учебный процесс и способствует формированию пространственного воображения учеников, учитывая индивидуальные особенности их развития и принципы дифференцированного обучения.

Ключевые слова: демонстрационная компьютерная модель (ДКМ), пространственное воображение, стереометрия, сечение пирамиды.

Gulivata I.O., Zabolotnyy V.F.

DEMONSTRATION COMPUTER MODELS AS MEAN OF FORMING OF SPATIAL IMAGINATION

In the article the receptions of the use of demonstration computer models (DKM) are expounded during uniting of stereometry tasks. The use of such facilities is given by possibility effectively to build an educational process and instrumental in forming of spatial imagination of students, taking into account the individual features of their development and principles of the differentiated studies.

Key words: demonstration computer model (DCM), spatial imagination, stereometry, cut of pyramid.