

### **АНАЛІЗ ЗОБРАЖЕНЬ МЕТОДОМ ІЄРАРХІЙ**

Вибір оптимальної кількості зображень та їх змісту – головне при виконанні технічних креслень. Навчання цьому забезпечити не просто. Так само і у наступній практичній діяльності забезпечення оптимальної кількості зображень на кресленні здійснюється на основі суб'єктивних рішень, які далеко не завжди бувають виправданими. Тому авторами статті здійснено спробу показати, як таку проблему можна вирішувати на основі кількісних критеріїв.

Розглянутий спосіб оптимізації кількості зображень на кресленні – це тільки перша спроба поєднати в одній процедурі логічні міркування з кількісними критеріями. Разом з тим він є свідченням того, як на традиційну проблему можна подивитись по-новому.

В основу розглянутого в статті способу покладено метод аналізу ієрархій (МАІ), який є систематичною процедурою, що визначає сутність будь-якої проблеми і дає змогу математично проаналізувати та підтвердити обране рішення або визнати його невірним. Метод складається з декомпозиції проблеми на все більш прості складові частини та подальшу обробку послідовності суджень особи, яка приймає рішення, за парними порівняннями. Метод аналізу ієрархій включає процедури синтезу численних суджень для отримання пріоритетності критеріїв та знаходження альтернативних рішень.

Рішення проблеми є процесом поетапного встановлення пріоритетів. На першому етапі з'ясовуються найбільш важливі елементи проблеми, на другому – найкращий спосіб перевірки спостережень, дослідження та оцінка елементів; наступним етапом є визначення і оцінка вибраного креслення деталі. Весь процес підлягає перевірці до того моменту, доки не буде впевненості, що процес охопив усі важливі характеристики, потрібні для розв'язання проблеми.

Метод отримав назву за прізвищем його автора – відомого американського вченого Сааті Т. – метод СААТІ<sup>1</sup>.

Процес здійснюється над послідовністю ієрархій: у цьому випадку наслідки, які отримали в одній з них, використовуються в якості вхідних даних при вивченні наступної. Запропонований метод систематизує процес розв'язування багатоступінчастої задачі.

Такий підхід до розв'язування проблеми вибору виходить з природної здібності людини думати логічно і творчо, визначати події та встановлювати відношення між ними. Слід відмітити, що людині притаманні дві характерні ознаки аналітичного мислення: одна – це здатність спостерігати і аналізувати те, за чим здійснюються спостереження; друга – здібність встановлювати відношення між спостереженнями, оцінювати рівень взаємозв'язків між відношеннями, а вже потім синтезувати ці відношення в загальне сприйняття того, за чим ведеться спостереження.

Принцип ідентичності і декомпозиції передбачає побудову структури проблеми у вигляді ієрархій, що є першим етапом використання МАІ. Ієрархія будується з вершини (мети) через проміжні рівні (критерії, від яких залежать наступні рівні) до самого низького рівня (яким, зазвичай, буває перелік альтернатив).

Приклад побудови домінантної ієрархії для визначення оптимального креслення деталі показано на рис.1. До побудови домінантної ієрархії залучаються всі студенти, що висувують критерії оцінки зображень (в даному прикладі їх висунено шість), яким повинно задовольняти креслення деталі (ескіз).

---

<sup>1</sup> Сааті Т., Керис К. Аналитическое планирование. Организация систем: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1991. – 224 с.



Рис. 1. Декомпозиція завдання в ієрархію

На першому (вищому) рівні знаходиться загальна мета – креслення деталі. На другому рівні знаходяться шість факторів або критеріїв, що уточнюють мету, і на третьому (нижньому) рівні знаходяться три варіанти креслення деталі, які повинні бути оцінені відносно критеріїв другого рівня.

Критерії:

1. *Оптимальна кількість зображень* – сукупність зображень разом з умовними знаками, позначеннями та написами на кресленнях буде оптимальною, якщо вона забезпечить однозначне читання форми деталі; дозволить наносити розміри та інші вимоги, що висуваються до готової деталі; забезпечує простоту читання креслення.

2. *Мінімальна кількість ліній* – лінії, які несуть на кресленні інформацію тільки про форму деталі. До таких слід відносити лінії, які є проєкціями площин, контурних твірних, огинаючих, лінії перетину поверхонь, лінії зрізу тощо. До ліній, що відображують форму, не слід відносити лінії штриховки розрізів, перерізів, розмірні і виносні лінії.

При складанні варіантів зображень для однієї і тієї ж деталі за допомогою “мінімальної кількості ліній” потрібно мати на увазі не їх чисельну кількість, а наявність або відсутність груп ліній, що відносяться до зображень, або зображенню в цілому. Критерій мінімальної кількості ліній є містким і утримує провідну ідею пошуку раціональних зображень з урахуванням їх змісту і кількості.

3. *Розкриття зовнішньої та внутрішньої форми деталі*. При складанні креслення деталі слід пам’ятати, що головне зображення (вигляд, розріз, переріз) повинні давати найбільш повне уявлення про основні характерні форми деталі та їх розміщення. Рішенню поставленої задачі може сприяти широке використання місцевих і додаткових виглядів, використання перерізів замість розрізів (де це можливо).

4. *Зайва кількість інформації* – використання розрізів з метою зменшення на зображеннях повторення інформації, заміна розрізів на перерізи, де це можливо, поєднання половини вигляду з розрізом тощо.

5. *Базисна функція зображень* – можливості раціонально наносити на кресленні розміри деталі та іншу технологічну і технічну інформацію.

6. *Відсутність спотворення зображень і зображення ліній переходу*.

Загальні критерії до зображення потрібно формулювати на конструктивному рівні узагальнення. Отже, узагальнення повинно утримувати конкретні критерії у вигляді суттєвих ознак. На рис. 2 наведено схему креслення деталі для загального випадку. На схемі виділено сім складових частин. Кожна з них має свій самостійний зміст, і відсутність будь-якої з них на кресленні деталі робить його у виробничих умовах неповноцінним.

Рівень 2

Рівень 3

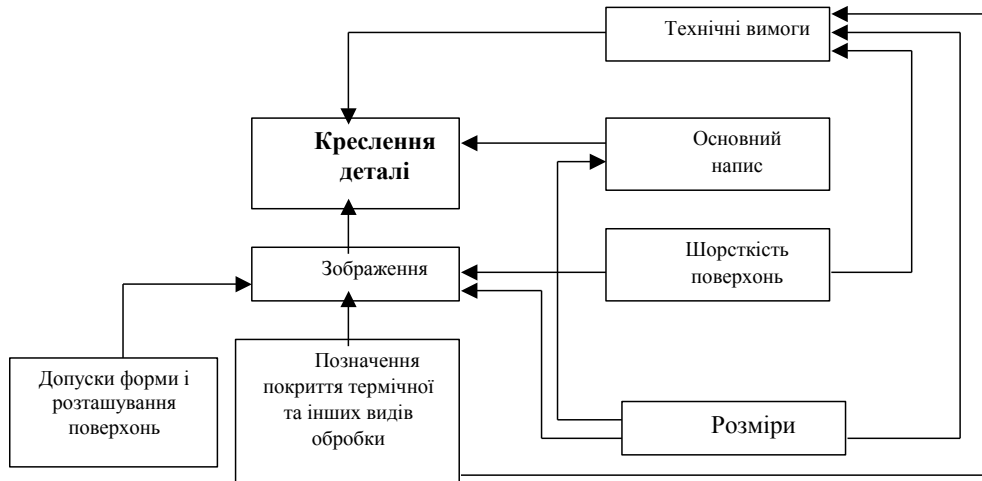


Рис. 2. Схема креслення деталі в загальному випадку.

Зі схеми видно, що останні складові частини несуть дві функції: інформативну і базисну. Під інформативною функцією зображень будемо розуміти їх властивість повністю або частково передавати форму предмета в неспотвореному вигляді (нести інформацію про форму). Базисна функція зображень виявляється в їх властивості забезпечення можливостей нанесення всіх необхідних розмірів (параметри), позначати шорсткість поверхонь та наносити інші вимоги, що висуваються до готової деталі і не охоплені іншими складовими частинами креслення.

Усі вказані елементи креслення деталі належать в загальному випадку до сукупності зображень на кресленні деталі. Кожне із зображень з цієї сукупності повинно нести свої окремі інформативні та базисні функції. Наявність саме цих функцій диктує потребу присутності на кресленні того або іншого зображення відповідного змісту.

Інформація про форму деталі на кресленні, крім зображення, може бути отримана і з інших джерел: умовні зображення елементів деталей, умовне позначення елементів деталей, інформація про форму деталі, текстова інформація, умовні позначення. Останні дозволяють спрощувати зображення, робити їх зручними, зменшувати їх кількість

На рис. 3 наведено схему джерел інформації про форму деталі.

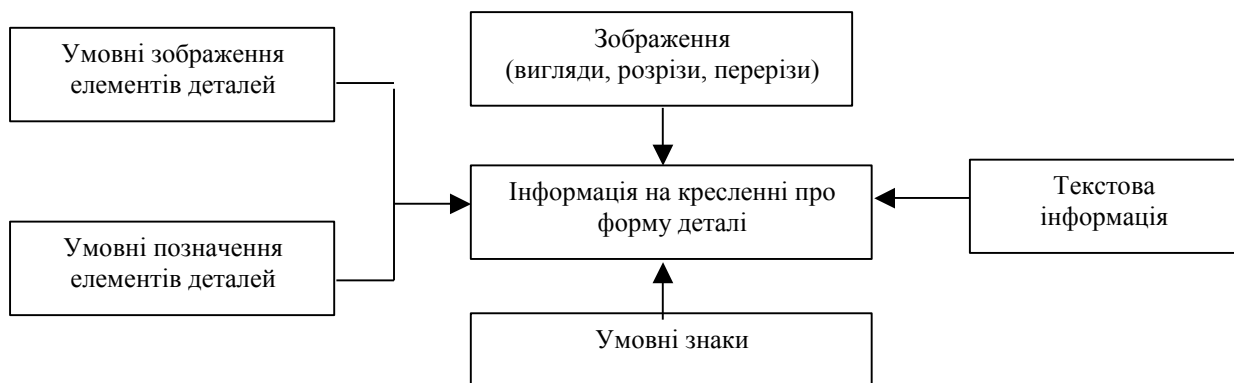


Рис. 3. Схема джерел інформації.

Після ієрархічного відтворення проблеми виникає питання: як встановити пріоритети критеріїв та оцінити кожну з альтернатив, з'ясувавши найважливішу з них?

У МАІ елементи задачі порівнюються попарно за відношенням до їх впливу ("ваги" або "інтенсивності") на загальну для них характеристику. Для цього здійснюють парні

порівняння, приведені до матричної форми – квадратної таблиці (табл. 1). Квадратна матриця має однакову кількість рядків і стовпців, а також інші корисні характеристики, такі, як власні вектори і власні значення. Матриці будуються для парних порівнянь кожної альтернативи на третьому рівні відносно до критерію другого рівня.

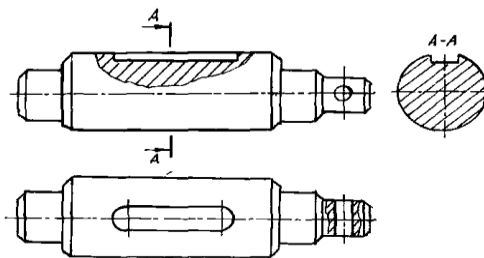
Таблиця 1.

**Матриця попарних порівнянь для рівня 2, рішення і узгодження**

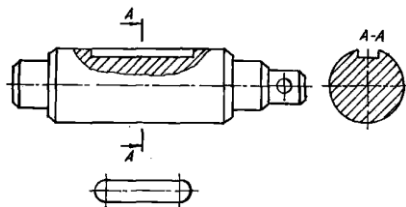
Загальне задоволення кресленням деталі	Оптимальна кількість зображень	Мінімальна кількість ліній	Розкриття зовнішньої та внутрішньої форми деталі	Зайва кількість інформації	Базисна функція зображень	Відсутність спотворення зображень	Вектор пріоритетів
Оптимальна кількість зображень	1	2	6	5	7	8	0,440
Мінімальна кількість ліній	1/2	1	1	5	7	7	0,229
Розкриття зовнішньої та внутрішньої форми	1/6	1	1	6	5	3	0,184
Зайва кількість інформації	1/5	1/5	1/6	1	2	4	0,068
Базисна функція зображень	1/7	1/7	1/5	1/2	1	3	0,047
Відсутність спотворення зображень	1/8	1/7	1/3	1/4	1/3	1	0,032

Розглянемо приклад побудови матриці для вибору оптимальних зображень деталі “Валик”. На рис. 4 показано три різних можливих варіанти його зображень.

Варіант А



Варіант Б



Варіант В

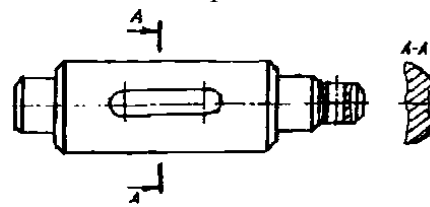


Рис. 4. Варіанти вибору зображень деталі “Валик”.

Для проведення суб’єктивних парних порівнянь використовується дев’ятибальна шкала відносної важливості (табл. 2). Правомірність цієї шкали доведено теоретично при порівнянні з багатьма іншими шкалами.

## Шкала відносної важливості

Інтенсивність відносної важливості	Визначення	Пояснення
1	Рівна важливість	Однаковий вклад видів діяльності до мети
3	Помірна перевага одного над іншим	Досвід і судження дають легку перевагу одному виду діяльності над іншими
5	Суттєва (або сильна) перевага	Досвід і судження дають сильну перевагу одному виду діяльності над іншими
7	Значна перевага	Одному виду діяльності дається настільки сильна перевага, що вона стає практичною значною
9	Дуже сильна перевага	Очевидність переваги одного виду діяльності над іншим підтверджується найбільш сильно
2, 4, 6, 8	Проміжне рішення між двома сусідніми судженнями	Використовуються у компромісному випадку
Зворотні величини приведених вище чисел	Якщо при порівнянні одного виду діяльності з іншим отримано одне з вище вказаних чисел (наприклад, 3), то при порівнянні другого виду діяльності з першим отримаємо зворотню величину (інакше 1/3)	

При проведенні порівняння, наприклад, елементів А і Б, потрібно поставити перед собою такі питання:

- Який з них важливіший або має більший вплив?
- Який з них найбільш ймовірний?
- Який з них має перевагу?

При порівнянні критеріїв, зазвичай, визначають, який з критеріїв більш важливий; при порівнянні альтернатив відносно до критеріїв – яка з альтернатив більш бажана.

Відмітимо, що клітини матриці заповнені відповідно з суб'єктивними судженнями студентів на основі їх переваги, з використанням шкали від 1 до 9. Наприклад, на питання: яка перевага оптимальної кількості зображень відносно відсутності спотворення зображень? Студенти доходять до висновку, що оптимальна кількість зображень важливіша, і тому вони внесли 8 у відповідну клітинку матриці; 1/8 автоматично заноситься у симетричну відносно діагоналі клітинку, що відповідає протилежному порівнянню. Для кращого розуміння ці оцінки підкреслено (див. табл. 1).

З таблиці 1 видно, що критерій “оптимальної кількості зображень” має найбільшу пріоритетність.

Коли в дискусії бере участь декілька студентів, по багатьох судженнях часто утворюються суперечливі ситуації, отже, в цьому випадку потрібно підтвердити свої міркування припущеннями. Інколи утворюється ситуація, коли група приймає геометричне середнє значення різних оцінок в якості загальної для протилежно симетричних суджень. Якщо є значні розходження, різні думки можуть бути згруповані і використані для отримання відповіді.

Після того як компоненти власного вектора отримані для всіх  $N$  рядків, стає можливим їх використання для подальших розрахунків. Згідно з теорією ієрархічної системи СААТІ вказана задача зводиться до алгоритмічної спектральної задачі для матриці (на власні значення і власні вектори).

Найбільше власне значення матриці суджень –  $\lambda_{\max}$  отримується, якщо спочатку скласти кожен стовпець суджень, потім суму першого стовпця помножити на величину першого компонента нормалізованого вектора пріоритетів, сума другого стовпця на другий компонент тощо, потім отримані числа складаються.

Досить корисним побічним продуктом теорії є так званий індекс узгодженості (ІУ), який дає інформацію про ступінь порушення чисельної (кардинальної) і транзитивної (порядкової) узгодженості. Для покращення узгодженості рекомендується пошук додаткової інформації та перегляд даних, які використовуються для побудови шкали.

Розрахунок здійснюється за формулами, наведеними нижче:

	Матриця				Оцінка компонентів власного вектора по строчках	Вектор пріоритетів
	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>		
A <sub>1</sub>	$\frac{\varpi_1}{\varpi_1}$	$\frac{\varpi_1}{\varpi_2}$	$\frac{\varpi_1}{\varpi_3}$	$\frac{\varpi_1}{\varpi_4}$	$4 \sqrt{\frac{\varpi_1}{\varpi_1} \times \frac{\varpi_1}{\varpi_2} \times \frac{\varpi_1}{\varpi_3} \times \frac{\varpi_1}{\varpi_4}} = a$	$\frac{a}{\text{сума}} = \chi_1$
A <sub>2</sub>	$\frac{\varpi_2}{\varpi_1}$	$\frac{\varpi_2}{\varpi_2}$	$\frac{\varpi_2}{\varpi_3}$	$\frac{\varpi_2}{\varpi_4}$	$4 \sqrt{\frac{\varpi_2}{\varpi_1} \times \frac{\varpi_2}{\varpi_2} \times \frac{\varpi_2}{\varpi_3} \times \frac{\varpi_2}{\varpi_4}} = b$	$\frac{b}{\text{сума}} = \chi_2$ (1), де
A <sub>3</sub>	$\frac{\varpi_3}{\varpi_1}$	$\frac{\varpi_3}{\varpi_2}$	$\frac{\varpi_3}{\varpi_3}$	$\frac{\varpi_3}{\varpi_4}$	$4 \sqrt{\frac{\varpi_3}{\varpi_1} \times \frac{\varpi_3}{\varpi_2} \times \frac{\varpi_3}{\varpi_3} \times \frac{\varpi_3}{\varpi_4}} = c$	$\frac{c}{\text{сума}} = \chi_3$
A <sub>4</sub>	$\frac{\varpi_4}{\varpi_1}$	$\frac{\varpi_4}{\varpi_2}$	$\frac{\varpi_4}{\varpi_3}$	$\frac{\varpi_4}{\varpi_4}$	$4 \sqrt{\frac{\varpi_4}{\varpi_1} \times \frac{\varpi_4}{\varpi_2} \times \frac{\varpi_4}{\varpi_3} \times \frac{\varpi_4}{\varpi_4}} = d$	$\frac{d}{\text{сума}} = \chi_4$
					сума	

A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, A<sub>4</sub> – критерії пріоритетності;

$\frac{\varpi_1}{\varpi_1}, \frac{\varpi_1}{\varpi_2}, \dots, \frac{\varpi_4}{\varpi_4}$  – інтенсивність відносної важливості;

$\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4$  – оцінка вектора пріоритетів.

$$IY = (\lambda_{\max} - N) / (N - 1), \quad (2)$$

де N – кількість елементів, що порівнюються.

Для протилежно симетричної матриці завжди  $\lambda_{\max} \geq N$ .

У даному прикладі  $\lambda_{\max} = 6,655$ , а  $IY = 0,131$ .

Якщо поділити ІУ на число, що відповідає випадковій узгодженості матриці того порядку, отримаємо відношення узгодженості (ВУ). Величина ВУ повинна бути порядку 10% або меншою. В деяких випадках допускається 20%, але не більше. Якщо ВУ виходить за межі, то потрібно дослідити задачу і перевірити свої судження.

$$BY = \frac{IY}{1,24} \cdot 100 = 10,6\% . \quad (3)$$

У таблиці 3 приведені середні узгодженості для випадкових матриць різного порядку.

Середні узгодженості для випадкових матриць різного порядку.

Розмір матриць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Випадкова узгодженість	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Далі переходять до попарних порівнянь на нижньому рівні (табл. 4). Порівнюються попарно елементи – варіанти креслення деталі “Валик”. Порівнюється, наскільки кращий той або інший варіант і наскільки кожний з них відповідає критеріям другого рівня. Отримаємо шість матриць суджень розмірністю 3 x 3, оскільки маємо шість критеріїв на другому рівні і три варіанти креслення деталі, які попарно порівнюються по кожному з критеріїв. Матриця знову містить судження всіх студентів. Для того щоб зрозуміти судження студентів відносно вибору варіанту креслення деталі, дамо короткий опис зображень.

*Варіант А.* Деталь зображено двома виглядами (вигляд спереду і вигляд зверху). На вигляді спереду виконано місцевий розріз, на якому показано глибину канавки під шпонку. На вигляді зверху також виконано місцевий розріз, який розкриває наскрізний циліндричний отвір на кінці валика. Крім виглядів на кресленні деталі виконано переріз через канавку під шпонку. Отже, ширина канавки в цьому випадку розкрита двічі, а також вигляд зверху повторює вигляд спереду. З точки зору оптимальної кількості зображень та мінімальної кількості ліній цей варіант можна вважати незадовільним.

*Варіант Б.* Деталь зображено одним головним виглядом, з використанням місцевого розрізу, який розкриває глибину канавки під шпонку, але не розкриває отвір на кінці валика. Крім головного зображення виконано переріз через канавку під шпонку і місцевий вигляд канавки. Кількість основних виглядів уже зменшилась, але зображення канавки під шпонку повторюється. Цей варіант креслення деталі вже має меншу кількість зображень і ліній, отже він, з цієї точки зору, більш доцільний.

*Варіант В.* Деталь зображено одним головним виглядом, на якому виконано місцевий розріз, що розкриває отвір на кінці валика, а також переріз через канавку під шпонку. На головному вигляді зображено деталь в такому положенні, що видно повністю форму канавки під шпонку, а глибину її ми бачимо на перерізі. Таким чином, всі елементи форми деталі розкрито, й в цьому варіанті використовується найменша кількість зображень.

Таблиця 4.

## Матриця попарних порівнянь для рівня 3, рішення та узгодження

Оптимальна кількість зображень	А	Б	В	Вектор пріоритетів	Мінімальна кількість ліній	А	Б	В	Вектор пріоритетів
А	1	1/5	1/8	0,062	А	1	1/7	1/9	0,055
Б	5	1	1/5	0,212	Б	7	1	1/3	0,29
В	8	5	1	0,726 $\lambda_{\max} = 3,146$ $IY = 0,073$ $BY = 12,6\%$	В	9	3	1	0,655 $\lambda_{\max} = 3,08$ $IY = 0,04$ $BY = 6,9\%$
Розкриття зовнішньої та внутрішньої форми деталі	А	Б	В	Вектор пріоритетів	Зайва кількість інформації	А	Б	В	Вектор пріоритетів
А	1	1/2	1/3	0,163	А	1	1/5	1/8	0,067
Б	2	1	1/2	0,297	Б	5	1	1/3	0,272
В	3	2	1	0,540 $\lambda_{\max} = 3,009$ $IY = 0,005$ $BY = 0,8\%$	В	8	3	1	0,661 $\lambda_{\max} = 3,044$ $IY = 0,022$ $BY = 3,8\%$
Базисна функція зображень	А	Б	В	Вектор пріоритетів	Відсутність спотворення зображень	А	Б	В	Вектор пріоритетів
А	1	1/4	1/7	0,079	А	1	1	1	0,333
Б	4	1	1/3	0,263	Б	1	1	1	0,333
В	7	3	1	0,659 $\lambda_{\max} = 3,033$ $IY = 0,017$ $BY = 2,8\%$	В	1	1	1	0,333 $\lambda_{\max} = 3$ $IY = 0$ $BY = 0$
	1 0,44	2 0,229	3 0,184	4 0,068	5 0,047	6 0,032	Узагальнені або глобальні пріоритети		
Вар. А	0,062	0,055	0,163	0,067	0,079	0,333	0,093		
Вар. Б	0,212	0,290	0,297	0,272	0,263	0,333	0,278		
Вар. В	0,726	0,655	0,540	0,661	0,659	0,333	0,657		

Надалі визначаються узагальнені пріоритети для всіх варіантів, за зразком:

$$(0,062 \times 0,44) + (0,055 \times 0,299) + (0,163 \times 0,184) + (0,067 \times 0,068) + (0,079 \times 0,047) + (0,333 \times 0,032) = 0,093.$$

При аналізі зображень можна переконатись, що третій варіант В має перевагу над іншими (критерій з найвищим пріоритетом 0,657).

Таким чином, викладений підхід дозволяє, враховуючи якісні характеристики, оцінити вибраний варіант креслення деталі.