УДК 372.851

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Джафарова Р.О., преподаватель
Нахичеванский государственный университет,
Нахичевань (Азербайджан)

В статье затронуты такие вопросы методического характера: место и значение исследуемой темы в школьном математическом образовании, величины и геометрические величины в школьном курсе математики, этапы изучения геометрических величин в общеобразовательной школе, особенности методики изучения геометрических величин в школе, теоретико-практические значимости изучения геометрических величин в школе.

Ключевые слова: *математика, геометрические величины, измерение, длина, площадь, объем, понятие числа.*

У статті порушені такі питання методичного характеру: місце й значення досліджуваної теми в шкільній математичній освіті, величини й геометричні величини в шкільному курсі математики, етапи вивчення геометричних величин у загальноосвітній школі, особливості методики вивчення геометричних величин у школі, теоретико-практичні значущості вивчення геометричних величин у школі.

Ключові слова: *математика, геометричні величини, вимірювання, довжина, площа, об’єм, поняття числа.*

Jafarova R.O. GEOMETRIC VALUES IN THE SCHOOL COURSE OF MATHEMATICS
The article discussed the following methodological problems: the place and importance of the topic in school mathematics education, size and geometry values in the school course of mathematics, stages of the study of geometric quantities in a secondary school, particular methods of study of geometrical sizes at the school, theoretical and practical significance of the study of geometric quantities in school.

Key words: *math, geometric quantities, measurement of length, area, volume, concept of number.*

Постановка проблемы. Курс геометрии занимает особое место в школьном математическом образовании и играет здесь важную роль. В процессе обучения геометрии в школе дети знакомятся с новыми формами пространства и приобретают навыки применения знаний к практике.

Реформы, проведенные в области образования, обогатили методику в школе. В классическом определении математики отмечается два направления: пространственные формы и количественные отношения реального мира, где оба они взаимно связаны в геометрии, так, к примеру, окружность как пространственная форма содержит в себе также и количественное отношение, а именно отношение такого вида $x^2 + y^2 = R^2$ (R – радиус окружности). Действительно, «особенности геометрии, выделяющие ее не только среди остальных частей математики, но и среди других наук вообще, состоит в том, что в ней самая строгая логика соединена с наглядным представлением. Геометрия в своей сущности и есть такое соединение живого воображения и строгой логики, в котором они взаимно организуют, направляют друг друга» [1, с. 5].

Наряду с другими величинами геометрические величины играют важную роль в математическом росте учащихся. Изучение геометрических величин в школе можно разбить на три этапа:

1) в I–IV классах;
2) в V–IX классах;
3) в X–XI классах.

В школьной практике понятие величины является одним из основных понятий. Но термин «величина» нередко используется не по назначению. В математике существуют определенные классы величин, они имеют четкое определение. Геометрические величины также можно отнести к классам величин [4, с. 371].

Понятие величины тесно связано с понятием числа и играет важную роль во введении и в расширении понятия числа.

Анализ последних исследований и публикаций. Вопросы изучения геометрии в средней школе имеют, пожалуй, такую же древнюю историю, что и сама геометрия. В системе среднего школьного образования геометрия занимает одно из существенных мест, и методика преподавания геометрии непосредственно связана с развитием геометрической науки. В настоящее время изучение проблем преподавания геометрии связано с интерактивными методами обучения, о которых пишут, например, Г. Фройденталь, А.В. Погорелов, Ю.М. Колягин, многие азербайджанские исследователи. Вместе с тем изменение социальных условий жизни, рост требований к школьному образованию заставляет ученых искать новые пути по приобщению детей к миру математики.

Постановка задания. Мы поставили задачу рассмотрения геометрических величин как темы курса школьной математики. Для этого мы обратились как к специальной литературе, так и к куррикулумам, по которым идет обучение в азербайджанской школе.

Изложение основного материала исследования. В курсе математики начальных классов изучается пропедевтика понятия величин, в том числе геометрических, посредством выполнения действий над конкретными величинами и путем их преобразований. Здесь верх берет практический характер учебной работы. В применяемых упражнениях присутствуют основные свойства величины:

– сравнимость;
– слагаемость;
– возможность деления на доли;
– измерение.

Часто при выполнении упражнений или решении задачи происходит переход от одной единицы измерения к другой, что, в свою очередь, содействует развитию и расширению понятия числа.

В процессе измерения формируются практические навыки, и дети достигают цели, то есть находят значение величины.

Процесс измерения величин обычно состоит из двух этапов.

1) Из данного рода величин выбирается некоторая величина, которую называют единицей измерения (е).

2) Осуществляется процесс измерения – сравнение данной величины с выбранной единицей измерения. В результате измерения величины находят некоторое число, называемое числовым значением данной величины при применяемой единице измерения. Если речь идет о геометрических величинах, нужно различать саму геометрическую фигуру, величину, относящуюся к этой фигуре, и числовое значение этой величины.

Выделим некоторые понятия в связи с понятием величины: например, площадь прямоугольника – это величина, а числовое значение площади зависит от выбранной единицы измерения.

Площадь – это объективная реальность, значение площади – это отражение этой реальности в мозгу человека.

В процессе измерения величин проявляются такие свойства:

– равные величины при одной и той же единице измерения имеют равные числовые значения;

– числовые значения суммы величин при одной и той же единице измерения равны сумме числовых значений слагаемых величин.

В процессе измерения длины отрезка выбранная единица измерения не всегда укладывается в целое число раз, то есть остается какой-то остаток. Тогда выбранную единицу делят на 10 равных частей и одну часть принимают как новую единицу измерения. При необходимости новую единицу измерения еще можно разбить на равные части и взять одну из них и применять как новую единицу измерения. Очевидно, что измерение величин тесно связано с понятием доли единицы. Следовательно, измерение величин является причиной возникновения дробных чисел или расширения понятия числа.

Сравнение двух отрезков – это сравнение их длин или косвенно – сравнение их числовых значений, если они измерены одной и той же единицей измерения. В зависимости от применения различных единиц измерения числовые значения равных величин будут разными.

В начальных классах ученики знакомятся и практически выполняют простые задачи на построение. К ним так же относятся сложение, вычитание отрезков, умножение на натуральное число, деление отрезка на равные части: на 2, на 4, на 8 и т. д.; деление отрезка на 3, 6, 12 равных частей.

Для построения применяются линейка и циркуль.

Деление отрезка на равные части можно выполнить двумя способами: измерить длину отрезка, а полученное число разделить на требуемое число; выполнить геометрическое построение.

При помощи циркуля и линейки отрезок делится на 2, 4, 8 равных частей.

Деление окружности на 3, 6, 12 равных частей геометрически проще: длина радиуса любой окружности делит окружность на 6 равных частей. Опираясь на этот факт, можно выполнить остальные построения.

В V-IX классах имеет место и косвенное измерение величин, которое требует достаточно отчетливого представления о сущности процесса непосредственного измерения, с которым ученики знакомы в жизни и в начальной школе [4, с. 374].

Аксиома Архимеда показывает, что возможно измерение любой величины: действительно, если заданы отрезки длиной a и b, $a < b$, то можно найти и такое натуральное число n, что выполнится $a \cdot n > b$.

Операции над отрезками как над геометрическими величинами выполняются еще в начальных классах с применением четырех арифметических действий. Следовательно, действия над отрезками можно выполнить путем построения.

При решении задач ученики часто применяют косвенное измерение при геометрических величинах, потому имеем возможность ознакомить учащихся с теми свойствами системы величин, которые этими аксиомами формализуются (кроме аксиомы непрерывности): сравнимостью, аддитивностью, упорядоченностью, коммутативностью и ассоциативностью относительно сложения, монотонностью, существованием разности, делимостью, возможностью измерения [4, с. 379].

В старших классах (X–XI классы) ученики ознакомляются с аксиоматическим определением системы аддитивно-скалярных величин, в том числе с геометрическими величинами.

В старших классах расширение понятия числа дает возможность измерения любого отрезка при произвольной единице длины, так как длина любого отрезка всегда выражается положительным действительным числом. Особо отмечается, что значение величины (длина, площадь и т. д.) является положительным числом. На основе понятия действительного числа вводятся такие понятия, как соизмеримые и несоизмеримые отрезки. В методике этой работы существуют разные подходы. Но мы считаем более удобным, когда отрезок называется соизмеримым с другим отрезком, если, приняв этот последний за единицу, получаем для длины первого отрезка рациональное число. Отрезки называются несоизмеримыми, если это число иррационально.

Зная длины двух отрезков, измеренных одной и той же единицей длины, всегда можно найти частное от деления этих двух длин, то есть отношение этих двух отрезков. Следует отметить, что отношение отрезков не меняется от изменения единицы длины, так как при делении значения отрезков выражаются одноименными именованными числами.

Если результатом деления является десятичная дробь, тогда имеем:

1) периодическую бесконечную дробь;
2) бесконечную непериодическую дробь.

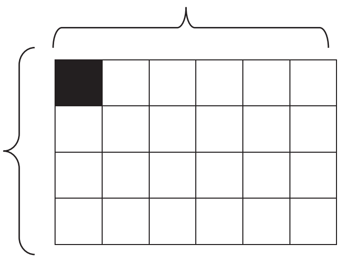
Эти знания необходимы для усвоения, здесь речь идет об отношении отрезков. В частности, можно рассмотреть теорему о пропорциональности четырех отрезков, отсекаемых от сторон угла параллельными прямыми. Эта теорема находит применение при решении различных геометрических задач.

Изучение геометрических величин в первую очередь связано с измерением. Содержание действующего курса школьной математики определяется пятью содержательными линиями, и две из них называются «Геометрия» и «Измерение». Изучение геометрии и величин реализуется на основе этих содержательных линий, которые играют роль учебной программы [2, с. 7].

Вопрос об измерении геометрических величин является одним из наиболее трудных как в теоретическом, так и в методическом отношениях. Эта трудность связана с тем, что в процессе изложения нечетко определяются основные объекты измерения и не дается определение общего понятия величины.

Опыт показывает, что ученики часто не могут объяснить формулировку «Площадь прямоугольника равна произведению основания на высоту». В действительности и в записи тоже делают непростительную ошибку. Например, если измерения прямоугольника равны 4 см и 6 см, то запись должна быть такой: S = *6 кв. см* · *4* или S = *(1 кв.см* · *6)* · *4* = *24 кв. см*.

Исходя из чертежа (черт. 1), можем сказать, что запись площади прямоугольника опирается и на аксиоматику операций над величинами. Измерение геометрических величин имеет и практический, и теоретический аспекты. Поэтому для устранения недостатков в соответствующих знаниях учащихся нужно выделить вопрос об измерении 6



геометрических величин и по назначению, и по прикладному характеру. Считаем необходимым затронуть вопрос о теории геометрических величин. В школьном курсе геометрии изучаемые величины (длина, площадь, объем) являются скалярными, аддитивными, непрерывными величинами.

Характеристика скалярной величины определяется тремя, исключающими друг друга соотношениями между объектами a и b:

1) $a = b$;
2) $a > b$;
3) $a < b$.

Соотношения равенства соответствуют условиям симметричности, рефлективности, транзитивности.

Соотношения неравенства удовлетворяют условиям обратимости, транзитивности.

Нужно отметить, что к числу скалярных величин относятся также температура тела, вес тела, плотность и т. д.

Характеристика аддитивной величины определяется сложением с ее тремя законами: переместительным, сочетательным и законом монотонности.

Для того чтобы скалярная аддитивная величина была непрерывной, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись такие условия.

1) Аксиома Архимеда: $n \cdot b > a$, n – натуральное число.

2) Если a – всякое число и n – натуральное число, то однозначное определение элемента b:

$$b = \frac{a}{n}.$$

3) Обобщенная аксиома Кантора.

Длина отрезка прямой является непрерывной величиной.

Известно, что существуют и дискретные множества, которые противопоставляются непрерывным множествам. Например, множество натуральных чисел является дискретным множеством; множество рациональных чисел является непрерывным множеством.

«Измерение величин привело к понятию числа, и это понятие имеет много различных аспектов: порядковое число, количественное число, числовая мера, компонент вычисления» [6, с. 156].

«По аксиоме меры для отрезков, каждый отрезок имеет определенную длину, большую нуля. С каждым отрезком можно сопоставлять некоторое число, причем выполняется свойство аддитивности. Очевидно, что результат практического измерения отрезка имеет отношение к его длине, и это утверждается аксиомой. Действительно, результат практического измерения отрезка совпадает с числом, которое отнесено к отрезку аксиомой меры» [5, с. 234].

Длина окружности также относится к геометрическим величинам. Школьное изложение этого вопроса начинается с наглядного представления: выпрямление длины окружности дает отрезок, длина которого является длиной данной окружности. После такого подхода длина окружности определяется как периметр выпуклого многоугольника, вписанного в него с достаточно малыми сторонами.

Затем, опираясь на это предположение, уже весьма строго можно доказать, что отношение длины окружности к ее диаметру не зависит от окружности, то есть одно и то же наблюдается для любых двух окружностей. Однако понятие длины окружности предполагает знакомство учащихся с понятием предела. В данном случае ученики приходят к числу π как постоянного для всех окружностей:

$\pi = \frac{C}{2R}$, где C – длина окружности, R – радиус данной окружности.

Выводы из проведенного исследования. Таким образом, можно констатировать, что геометрические величины в школьном курсе математики имеют научно-дидактическое значение, в процессе их изучения ученики приобретают теоретические знания и конструктивно-практические навыки.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Александров А.Д. О геометрии / А.Д. Александров // Математика в школе. – 1980 – № 3. – С. 5.
2. Учебные куррикулумы для I–IV классов общеобразовательных школ. – Баку: Техсил, 2008. – 540 с.
3. Куррикулумы по математике для V–XI классов общеобразовательных школ. – Баку: Педагогика, 2012. – 84 с.
4. Колягин Ю.М. Методика преподавания математики в средней школе / Ю.М. Колягин. – М.: Просвещение, 1977. – 480 с.
5. Погорелов А.В. Геометрия / А.М. Погорелов. – М.: Наука, 1983. – 286 с.
6. Фройденталь Г. Математика как педагогическая задача / Г. Фройденталь. – М.: Просвещение, 1983. – 191 с.