6. Семке А.И. Нестандартные задачи по физике. Для классов гуманитарного профиля // А.И.Семке – Ярославль: Академия развития, 2007. – 256 с.
7. Фрумин И.Д. Пути инновационной школы / Фрумин И.Д. // Директор школы, 1993, № 4. – С. 59–64.

Чижская Т.Г., Матвийчук А.В., Доляновская О.В.

ПОПУЛЯРИЗАЦИЯ ФИЗИКИ НА БАЗЕ ВСЕУКРАИНСКОЙ ЛЕТНЕЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ МАН УКРАИНЫ

В работе показано, что на сегодня существует необходимость в популяризации физики среди детей 8–10 классов. Для этого на базе инженерно-физического факультета НТУУ "Киевский политехнический институт" при государственной поддержке была организована первая в Украине летняя научно-техническая школа Малой академии наук Украины. Такая форма работы с талантливыми детьми повышает их заинтересованность в изучении физики, делает процесс получения знаний увлекательным.

Ключевые слова: летняя научно-техническая школа, альтернативная педагогика, физика, учебная методика, оценка результатов, преемственность.

Chijskaya T.G., Matviichuk O.V., Dolyanovskaya O.V.

POPULARIZATION OF PHYSICS BY THE TEACHERS OF ALL-UKRAINIAN SUMMER SCIENTIFIC AND TECHNICAL SCHOOL OF THE MINI ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE

It is presented in a paper that for today there is necessity for popularization of physics among children 8–10 classes (levels). For this purpose there was on the base of the engineer – physical faculty of NTUU 'Kyiv Polytechnic Institute' at state support conducted first in Ukraine summer scientific and technical school of the Small academy of sciences of Ukraine. Such form of work with talented children causes some more their interest of physics, shows evidently their knowledge and does the process of getting the knowledge, that this process is more interesting and memorized better.

Key words: summer scientific and technical school, alternative pedagogies, physics, educational method, estimation of results, succession.

УДК 371.314.6:621.313 **Шевченко В.В., Покорний В.В., Філіпщук О.М.**

МЕТОДИКА ПІДГОТОВКИ ТА РІШЕННЯ МОДУЛЬНИХ ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ З ДИСЦИПЛІНИ ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ ЗА ТЕМОЮ: ВАРІАЦІЙНІ МЕТОДИ

Стаття присвячена реалізації практичних форм навчання та контролю знань студентів для засвоєння теорії синтезу сучасних систем автоматичного управління (САУ) при рішенні модульних практичних завдань оптимального керування електроприводом.

Ключові слова: форми навчання, контроль знань, сучасні системи автоматичного управління, варіаційні методи, модульні практичні завдання.

Підготовка практичних завдань до модульного контролю знань студентів з дисципліни "Дослідження операцій електромеханічних систем" має певне значення в системі ефективного освоювання теоретичних знань у підготовці фахівців за спеціальністю "Електромеханічні системи автоматизації та електропривод". При цьому необхідно сформулювати постановку задачі дослідження операцій за визначеним розділом робочої програми, визначити основні методи рішення цієї задачі та надати приклади рішення практичних завдань модульного контролю. Для виконання модульної контрольної роботи використовуються відповідні розділи робочої програми: лекції, практичні заняття, завдання на індивідуальну та самостійну роботу студентів.

Під оптимальною САУ розуміється найкраща в деякому певному змісті система управління. Критерії оптимальності, на основі яких будується САУ, можуть бути самими різними й залежать від специфіки розв'язуваного завдання. На практиці в САУ використовуються такі критерії оптимальності як: точність САУ при вхідних сигналах, що змінюються; час перехідного процесу; інтегральні критерії перехідного процесу; економічність; продуктивність; складність системи керування та інші техніко-економічні показники [5: 243].

Для лінійних САУ, опис властивостей яких заданий та не змінюються, керуючий пристрій можна вибирати в певних межах. Можливості керуючого пристрою обмежуються, виходячи зі специфіки завдання. Ці обмеження накладаються на керуючі впливи та фазові координати системи і мають найчастіше вигляд систем нерівностей. Обмеження на вектор керування та фазові координати можна записати у вигляді відповідних нерівностей, або у вигляді умов обмеження гіперповерхнею.

$M_i(U) = M_i,(U_1 \ldots\ldots U_r) \leq 0$, $(i = 1,\ldots,r)$, де $U_k = \dfrac{d^{k-1}U}{dt^{k-1}}$ (к = 1,..., r).

$N_j(y) = N_j(y_1,\ldots,y_n) \leq 0$, (j = 1,..., n), де $y_k = \dfrac{d^{k-1}y}{dt^{k-1}}$

Керування та фазові координати що задовольняють заданим умовам, називаються припустимими. Найбільш важливим моментом при створенні оптимальних САУ є завдання критерію оптимальності, який залежить від функції керування та приймає екстремальне значення на протязі зміни часу – *t*.

Таким чином, для оптимальної системи необхідне виконання *Q[U, y, t] = extremum* при *U Є Ω, y Є У*. Критерій оптимальності залежить від вихідної координати системи, керування та часу, а завданням оптимального керування є пошук припустимого керування *U Є Ω*, що доставляє екстремум критерію *Q[U, y, t]* при дотриманні обмежень на фазові координати *y Є У*. Значення критерію *Q[U,y,t]* визначається законом зміни функцій *y(t)*. Такі величини, значення яких залежать від функцій, називають *функціоналами.*

Математичні методи відшукання функцій, що доставляють екстремальне значення функціоналові, розглядаються у варіаційному обчисленні [1: 5]. Функції в просторі станів, *U(t),* для яких виконується умова *Q[U,y,t]= extremum*, називають *екстремалями.* Критерій оптимальності являє собою функціонал *Q[U,y,t]*, а завдання оптимального керування полягає в знаходженні екстремалей, *U*(*t*) при дотриманні обмежень за станом та керуванням *U Є Ω, де y Є У*. Найчастіше функціонал *Q[U,y,t]* задається у вигляді інтеграла.

$$Q = \int_0^T G[u(t), y(t)]dt$$

Найпоширенішої в оптимальному керуванні є завдання визначення оптимальних процесів *U(t)* і відповідних фазових координат *y(t)* при заданих граничних умовах *y(0), y(T)* та критерії оптимальності *Q[U,y,t]*.

Визначення оптимальних процесів керування *U(t)* і наступна їхня реалізація можливі в системах двох типів: розімкненій та замкнутій.

У розімкнутій системі, де керуючий пристрій по заданих граничних умовах реалізує необхідний закон керування. При цьому поточні фазові координати не беруть участі у формуванні керування.

У замкнутій системі в пристрій керування вводяться поточні фазові координати $x = y_0 - y$, де $y_0 = y_0\,(t)$ – заданий закон керування. Керуючий вплив при цьому залежить тільки від фазових координат, тобто *U(t)=U[x(t)]*. Кінцевою метою при розробці системи є встановлення закону керування для побудови замкнутої системи оптимального керування, тобто синтез керуючого пристрою. При цьому знаходять оптимальні процеси *U(t) і x(t),* а потім, крім часу, одержують залежність *U(x)*, з якої знаходять структуру й параметри пристрою керування [6: 49].

Основним об'єктом керування автоматизованого електропривода є електродвигун. Розглянемо можливість управління струмом якоря двигуна постійного струму з незалежним порушенням [5: 242]. Приймемо, що магнітний потік Φ незмінний. Кут повороту ротора двигуна α пов'язаний зі струмом через диференціальне рівняння рівноваги моментів на валу

$$i \cdot C \cdot \Phi = J \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2} + Mc,$$

де: i – струм якоря (керуючий вплив);

C – коефіцієнт;

Φ – магнітний потік;

J – момент інерції якоря й навантаження, наведений до вала двигуна;

M_c – момент опору;

α – кут повороту вала двигуна (керована координата);

t – реальний час.

Для простоти подальших викладень приймемо, що моментом опору можна зневажити, тобто $M_c = 0$. Крім того, замість реального часу t уведемо відносний час $\tau = t\ \sqrt{(C \cdot \Phi / J)}$. У цьому випадку рівняння маємо $\frac{d^2\alpha}{d\tau^2} = i$.

З огляду узагальнення позначень маємо: y – керована координата, u – керуючий вплив. Уведемо заміну $i = u,\ \alpha = y$. Тоді $\frac{d^2 y}{d\tau^2} = u$.

Таким чином можна сформулювати кілька практичних завдань оптимального керування двигуном, які будуть відрізнятися критеріями оптимальності та видом обмежень [5: 263].

Практичне завдання 1. Оптимальна швидкодія з обмеженням на керування

Необхідно знайти оптимальні процеси керуючого впливу *u(t)* та швидкості *dy(t)/dt*, які задовольняють рівнянню об'єкта керування $\frac{d^2 y}{d\tau^2} = u$ та мінімуму функціоналу (обраному критерію $Q = \int_0^T dt = T \to \min$), при умовах обмежень: на керування $/\ u\ / \leq 1;$ на кут повороту $y(T) = Q_1 = \int_0^T \dot{y}(t)dt = \alpha_0$; на граничні умови по швидкості обертання $\dot{y}(0) = \omega_0$, $\dot{y}(T) = \omega_T$.

Для простоти викладень можна прийняти початкову та кінцеву швидкості обертання валу $\dot{y}(0) = 0$, $\dot{y}(T) = 0$. Приймаючи як мету керування відпрацьовування кута α_0, варто вказувати й граничні умови по координаті *y:* $y(0) = 0$, $y(T) = \alpha_0$.

Практичне завдання 2. Оптимальна швидкодія з обмеженням витрати енергії

Необхідно знайти оптимальні процеси *u(t)* та *y(t)*, що задовольняють рівнянню об'єкта керування $\frac{d^2 y}{d\tau^2} = u$ та доставляють мінімум обраному критерію $Q = \int_0^T dt = T \to \min$ за умовами: $Q_1 = \int_0^T \dot{y}(t)dt = \alpha_0$, $Q_2 = \int_0^T u^2(t)dt = q_0$.

Граничні умови по швидкості нульові та координаті *y* мають вигляд:

$$\dot{y}(0) = 0,\ \dot{y}(T) = 0,\ y(0) = 0,\ y(T) = \alpha_0.$$

Практичне завдання 3. Оптимальна продуктивність з обмеженим керуванням

Необхідно знайти оптимальні процеси *u(t), y(t),* що задовольняють рівнянню об'єкта керування $\frac{d^2y}{d\tau^2}=u$ та дають максимальне значення обраному критерію оптимальності $Q=y(T)=\int_0^T \dot{y}(t)dt \to \max$, за умовами, що на керування накладене обмеження виду $/ u / \le 1$.

Граничні умови по швидкості нульові: $\dot{y}(0)=0$, $\dot{y}(T)=0$.

Початкові умови по координаті $y(0)=0$.

Практичне завдання 4. Оптимальна продуктивність з обмеженням на витрати енергії

Необхідно знайти оптимальні процеси *u(t)* та *y (t)*, що задовольняють рівнянню об'єкта керування $\frac{d^2y}{d\tau^2}=u$ та дають максимум обраному критерію оптимальності $Q=y(T)=\int_0^T \dot{y}(t)dt \to \max$, за умови, що задано значення обмеження на витрати енергії $Q_1=\int_0^T u^2(t)dt=q_0$.

Граничні умови по швидкості нульові: $\dot{y}(0)=0$, $\dot{y}(T)=0$.

Початкові умови по координаті $y(0)=0$.

Практичне завдання 5. Оптимальна економічність

Необхідно знайти оптимальні процеси *u(t)* та *y (t),* що задовольняють рівнянню об'єкта керування $\frac{d^2y}{d\tau^2}=u$ та мінімізують обраний критерій оптимальності $Q=\int_0^T u^2(t)dt \to \min$ за умовами, що заданий кут повороту дорівнює $y(T)=Q_1=\int_0^T \dot{y}(t)dt=\alpha_0$. Граничні умови по швидкості нульові: $\dot{y}(0)=0$, $\dot{y}(T)=0$. Початкові умови по координаті $y(0)=0$.

Крім цього, варіюючи умови, можна поставити ще ряд практичних завдань, наприклад, коли одночасно накладені обмеження на керування та витрату енергії.

Практичне завдання 6. Оптимальна керування по швидкодії з двома об'єктами, що рухаються та мають однаковий остаточних стан

Об'єкт *A* робить рівномірний прямолінійний рух відповідно до рівняння $y_A=a+b\cdot t$, де *y* – координата об'єкта *A*,; *a, b* – постійні; *t* – час.

Об'єкт *B* рухається, зміна його координат y_B описується рівнянням $T\cdot\frac{d^2y_B}{dt^2}+\frac{dy_B}{dt}=u$ з початковими умовами $y_B(0)=\dot{y}_B(0)=0$, де *T* – постійна часу об'єкта *B*, яка характеризує його інерційні властивості. На керування накладене обмеження виду $/ u / \le 1$. Необхідно так змінювати керування *u(t),* щоб за мінімальний час положення та швидкості об'єктів *A* та *B y* просторі збіглися. На практиці подібне практичне завдання виникає, наприклад, при бункеровці суден паливом; передачі вантажів у морі, коли заправник рухається з постійною швидкістю, а з паралельним курсом до нього рухається судно, яке бункерується паливом. Керуючим впливом при цьому є тяга *P* двигуна судна, що заходить на бункеровку. Граничні значення тяги P_{min} і P_{max} позитивні, тому для того, щоб записати обмеження на керування, замість *P* можна розглядати керування $u(t)=\frac{2\cdot P}{P_{\max}-P_{\min}}-\frac{P_{\max}+P_{\min}}{P_{\max}-P_{\min}}$.

Для рішення цього практичного завдання зручно ввести в розгляд неузгодженість між координатами об'єктів (рівняння зв'язку) $x(t) = y_B - y_A$. Тоді $T \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = u - b$.
Початкові умови для розглянутого рівняння знаходимо за відомим законом руху об'єкта з рівняння зв'язку та з обліком нульових початкових умов для руху об'єкта *B*:

$$x(0) = y_B(0) - y_A(0) = -a,\ \dot{x}(0) = \dot{y}_B(0) - \dot{y}_A(0) = -b.$$

Якщо тепер увести фазову площину для змінної *x,* позначивши $x = x_1$, $dx/dt = x_2$, то завдання керування рухом об'єкта *B* можна сформулювати як завдання найшвидшого переміщення крапки на фазовій площині з вихідного положення $x_1 = -a$, $x_2 = -b$ у початок координат $x_1 = 0$, $x_2 = 0$.

Таким чином необхідно знайти оптимальні процеси *u(t)* та *x(t),* що задовольняють рівнянню $T \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = u - b$ та надають мінімум критерію оптимальності $Q = \int_0^T 1 \cdot dt = T \to \min$, за умови, що на керування накладене обмеження $/ u / \le 1$. Початкові умови на координату *x(t)* задані рівностями $x(0) = y_B(0) - y_A(0) = -a$, $\dot{x}(0) = \dot{y}_B(0) - \dot{y}_A(0) = -b$.

Кінцеві умови на координату x(t) – нульові, тобто $x(T) = \dot{x}(T) = 0$

<u>Практичне завдання 7. Оптимальне керування по швидкодії консервативним об'єктом</u>

Рівняння консервативного об'єкту керування має вигляд $\frac{d^2y}{dt^2} + y = u$.

Усі коефіцієнти в даному рівнянні рівні одиниці, чого завжди можна домогтися нормуванням змінних *u, y, t.* На керування накладене обмеження $/ u / \le 1$. Ставиться завдання знаходження оптимального по швидкодії керування *u (t),* що переводить координату *y(t)* з початкового положення $y(0) = -1$, $\dot{y}(0) = 0$ у кінцеве положення $y(T) = \dot{y}(T) = 0$. Якщо ввести фазову площину з координатами $y = y_1$, $dy/dt = y_2$, то завдання буде полягати в найшвидшому перекладі крапки, що зображує *y(t)*, з початкового положення $y(0) = -1$, $\dot{y}(0) = 0$ *(-1, 0)* у початок координат.

Прикладом такого завдання може служити переміщення вантажу мостовим краном. Вантаж підвішений на довгому тросі. Нехай лебідка мостового крана, положення якої визначається координатою *u(t),* може переміщатися з будь-якою швидкістю в межах $/ u / \le 1$. До лебідки на тросі підвішений вантаж *m,* положення якого визначається координатою *y(t).* Якщо зневажити силами, що демпфірують коливання вантажу (тертя і пружні деформації троса, опір повітря та ін.), то рівняння, що зв'язує *y(t)* та *u(t),* має вигляд $\frac{d^2y}{dt^2} + y = u$.
Завдання полягає в такому керуванні *u(T)* положенням лебідки, щоб вантаж найшвидшим образом перейшов у крапку $y(T) = 0$ і швидкість його руху наприкінці також повинна стати нульовий $\dot{y}(T) = 0$. Важливо відзначити, досить незвичайний характер завдання. Спроба не оптимального переводу вантажу з положення $y(0) = -1$ в положення $y(T) = 0$ шляхом переміщення лебідки під керуванням з $u = -1$ в $u = 0$ з малою або великою швидкістю приведе до незатухаючих коливань координати *y(t).* А саме, вільне рішення рівняння руху консервативного об'єкта, тобто рівняння $\frac{d^2y}{dt^2} + y = u$, має вигляд *y(t) =A sin(t),* де *A* – амплітуда коливань, обумовлена початковими умовами руху (у нашім прикладі швидкістю переміщення лебідки з $u = -1$ *в* $u = 0$). Таким чином необхідно знайти процеси *u(t)* та *y(t),*

зв'язані рівнянням $\frac{d^2y}{dt^2} + y = u$, які надають мінімум інтегралу $Q = \int_0^T 1 \cdot dt = T \to \min$, за умовами, що на керування накладене обмеження */ u / ≤ 1* та граничні умови мають вигляд $y(0) = -1,\ \dot{y}(0) = 0,\ y(T) = \dot{y}(T) = 0$.

Практичне завдання 8. Аналітичне конструювання регуляторів

При дослідженні якості перехідних процесів у лінійних САУ уводяться різні інтегральні критерії якості, що оцінюють перехідний процес на нескінченному інтервалі часу. Інтегральні критерії якості дозволяють визначити оптимальні параметри регуляторів, якщо структура регулятора задана. Можна поставити більше загальне завдання. Знайти закон регулювання, тобто аналітичну функцію, що зв'язує керовану координату та керуючий вплив і надають мінімум інтегральному критерію якості. Таке оптимальне конструювання диференціального рівняння регулятора засобами математичного аналізу одержало назву аналітичного конструювання регуляторів та має рішення за допомогою варіаційного обчислення, де у якості екстремалі шукається функція, що зв'язує зміні стану об'єкту керування *x(t)* та функцію управління *u(t).*

Об'єкт керування задається за допомогою диференціальних рівнянь для відхилень, що в операторній формі відповідає завданню передатної функції *W (p).* Будемо вважати, що на систему не діють зовнішні збурювання та у ній відбувається перехідний процес, який викликаний початковими умовами.

$$x_0 = [x_1(0), x_2(0), \ldots, x_n(0)],\ u(0) = [u(0), \dot{u}(0)],\ \text{де}\ x_k = \frac{d^{k-1}x}{dt^{k-1}},\ x = y_0 - y$$

У стійкій лінійній системі в результаті перехідного процесу всі фазові координати повинні сходитися до нульового значення, тобто в сталому режимі повинне виконуватися рівняння $x_1(\infty) = x_n(\infty) = u(\infty) = 0$. В якості критерію оптимальності вибираємо інтеграл $Q = \int_0^\infty V dt$, від позитивно визначеної квадратичної форми, де $V = u^2 + \dot{u}^2 + \sum_{k=1}^{n} {x_k}^2$, який характеризує: квадратичну помилку системи $\sum_{k=1}^{n} {x_k}^2$; вартість керування при відпрацьовуванні перехідного процесу u^2 (витрати енергії, нагрівання та ін.); гарантує відсутність нереалізованих у лінійних регуляторах законів, при яких швидкість керуючих впливів звертається в нескінченність $[du(t)/dt)]^2$. Існування інтеграла гарантує стійкість системи. При аналітичному конструюванні завдання полягає в тому, щоб знайти в аналітичній формі $\Phi(u, \dot{u}, x_1, \ldots x_n) = 0$ закон регулювання, що з урахуванням рівнянь об'єкта та при заданих граничних умовах доставляє мінімум інтегралу заданому у вигляді розглянутого функціонала.

У практичному завданні об'єкт керування описується диференційним рівнянням, або передавальною функцією $\frac{dx}{dt} + x + u = 0$, $W(p) = \frac{X(p)}{U(p)} = \frac{-1}{p+1}$.

Усі коефіцієнти рівняння прийняті рівними одиниці, чого завжди можна домогтися нормуванням змінних *x, t.* Необхідно відшукати таке диференціальне рівняння, що зв'язує змінні *x(t)* та *u(t)*, що задовольняють рівнянню об'єкта, щоб критерій оптимальності з квадратичних відхилень досягав мінімуму.

$$Q = \int_0^\infty \left(u^2 + \dot{u}^2 + \sum_{k=1}^{n} {x_k}^2\right) dt.$$

Математичним апаратом для знаходження екстремалей є варіаційне обчислення. Можна виділити три основних методи у варіаційному обчисленні, які використовуються для рішення завдань оптимального керування: застосування рівняння Ейлера, принцип максимуму Понтрягіна та динамічне програмування.

Усі три визначених методів пошуку оптимального керування тісно зв'язані між собою. Дійсно, за допомогою динамічного програмування можна довести принцип максимуму, а за допомогою принципу максимуму вивести рівняння Ейлера. Однак кожний метод має свою специфіку, який доцільний для додатків певного кола завдань. У цьому можна переконатися при розгляді практичних прикладів застосування цих методів до конкретних завдань оптимального керування [1: 5].

Рівняння Ейлера найбільше доцільно застосовувати для рішення завдань керування з нелінійними функціоналами й умовами у вигляді нелінійних функцій, коли по фізичному змісті завдання рішення очікується у вигляді гладких безперервних функцій.

Принцип максимуму найбільш ефективний при рішенні лінійних завдань, коли на керування (або координати) накладені обмеження у вигляді нерівностей.

Динамічне програмування доцільно застосовувати для систем, що зводяться до імпульсного. При цьому завдяки сполученню принципу оптимальності й можливостей сучасної обчислювальної техніки вдається одержати рішення для досить складних завдань. Для систем безперервних застосування цього методу обмежено через труднощі рішення рівняння Беллмана. Крім того, до остаточного рішення завдання невідомо – чи виконуються умови, при яких це рівняння виводилося.

Розглянемо приклади рішення завдання оптимального керування електродвигуном постійного струму по швидкодії з обмеженнями на нагрівання двигуна або на витрату енергії (q_0,=10).

Таким чином рівняння об'єкту керування – електроприводу мають вигляд $\frac{d^2y}{dt^2}=u$, граничні умови за швидкістю нульові $\dot{y}(0)=\dot{y}(T)=0$, остаточний кут повороту валу електродвигуна дорівнює $\int_0^T \dot{y}(t)dt = \alpha_0 = \pi$. Після додаткових позначень $y_1 = y$, $\dot{y}_1 = \dot{y}$, маємо: $\dot{y}_1 = y_2$; $\dot{y}_2 = u$, $y_2(0) = y_2(T) = 0$, $\int_0^T y_2(t)dt = \alpha_0$, з критерієм оптимальності

$$Q=\int_0^T dt = \int_0^T Gdt = T \to \min \quad G=1$$

Ізопериметричні умови мають вигляд:

$$Q_1=\int_0^T y_2(t)dt = \int_0^T K_1 dt = \alpha_0,\ Q_2=\int_0^T \dot{y}_2^2(t)dt = \int_0^T K_2 dt = q_0, \text{ де } K_1 = y_2,\ K_2=\dot{y}_2^2.$$

Складаємо функцію Лагранжа $L = G + \sum_{i=1}^{m=2} \lambda_i \cdot K_i = G + \lambda_1 \cdot K_1 = 1 + \lambda_1 \cdot y_2 + \lambda_2 \cdot \dot{y}_2^2$, де *m=2*, λ_i – множники Лагранжа.

Рівняння Ейлера-Лагранжа мають вигляд $\frac{\partial L}{\partial y_j} - \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_j}) = 0$, $\frac{\partial L}{\partial u_s}$=0, $j = 1\ldots n$, $s = 1\ldots r$., У нашому випадку $n = 2$ $r = 1$

$$\frac{\partial L}{\partial y_2} - \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_2}) = 0, \qquad \frac{\partial L}{\partial y_2} = \lambda_1, \qquad \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_2} = 2\cdot\lambda_2\cdot\dot{y}_2, \qquad \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_2}) = 2\cdot\lambda_2\cdot\ddot{y},$$

$\frac{\partial L}{\partial y_2} - \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_2}) = \lambda_1 - 2\cdot\lambda_2\cdot\ddot{y}_2 = 0$. Позначаємо $\frac{\lambda_1}{2\cdot\lambda_2} = a_0$ $\ddot{y}_2 = a_0$ $u = \dot{y}_2 = a_0 \cdot t + a_1$

$$\dot{y}_1 = y_2 = \frac{a_0\cdot t^2}{2} + a_1\cdot t + a_2 \quad y_1 = \frac{a_0\cdot t^3}{6} + a_1\cdot\frac{t^2}{2} + C_2\cdot t + a_3$$

Постійні часу визначаємо з граничних умов $y_1(0)=0=\frac{a_0\cdot 0^3}{6}+a_1\cdot\frac{0}{2}+a_2\cdot 0+a_3$,

$y_2(0)=0=\frac{a_0\cdot 0^2}{2}+a_1\cdot 0+a_2$, $a_2 = 0$, $a_3 = 0$, $y_2(T)=0=\frac{a_0\cdot T^2}{2}+a_1\cdot T$,

$a_0\cdot T+2\cdot a_1=0$, $a_1=\frac{-a_0\cdot T}{2}$,

$y_2=\frac{a_0\cdot t^2}{2}-\frac{a_0\cdot T}{2}\cdot t=\frac{a_0\cdot t}{2}(t-T)$, $Q_1=\int_0^T y_2(t)dt=\int_0^T(\frac{a_0}{2}(t^2-T\cdot t))dt=\alpha_0=\frac{-a_0\cdot T^3}{12}$,

$a_0=\frac{-12\cdot\alpha_0}{T^3}$, $a_1=\frac{-a_0\cdot T}{2}=\frac{-(\frac{-12\cdot\alpha_0}{T^3})\cdot T}{2}=\frac{6\cdot\alpha_0}{T^2}$, $u=\dot{y}_2=\frac{-6\cdot\alpha_0}{T^2}\cdot(1-\frac{2\cdot t}{T})$,

$Q_2=\int_0^T\dot{y}_2^2(t)dt=\int_0^T(a_0\cdot t+a_1)^2dt=q_0=\frac{a_0{}^2\cdot T^3}{3}+a_0\cdot a_1\cdot T^2+a_1{}^2\cdot T$,

$\frac{(\frac{-12\cdot\alpha_0}{T^3})^2\cdot T^3}{3}+\frac{-12\cdot\alpha_0}{T^3}\cdot\frac{6\cdot\alpha_0}{T^2}\cdot T^2+(\frac{6\cdot\alpha_0}{T^2})^2\cdot T=\frac{12\cdot\alpha_0{}^2}{T^3}=q_0$, $T=\sqrt[3]{\frac{12\cdot\alpha_0{}^2}{q_0}}$,

$u=\dot{y}_2=\frac{-12\cdot\alpha_0}{T^3}\cdot t+\frac{6\cdot\alpha_0}{T^2}=\frac{-12\cdot\alpha_0}{(\sqrt[3]{\frac{12\cdot\alpha_0{}^2}{q_0}})^3}\cdot t+\frac{6\cdot\alpha_0}{(\sqrt[3]{\frac{12\cdot\alpha_0{}^2}{q_0}})^2}=\sqrt[3]{\frac{3\cdot q_0{}^2}{2\cdot\alpha_0}}-\frac{q_0}{\alpha_0}\cdot t$,

$u=\sqrt[3]{\frac{3\cdot 10^2}{2\cdot\pi}}-\frac{10}{\pi}\cdot t=3{,}63-3{,}18\cdot t$,

$y_2=t\cdot(\sqrt[3]{\frac{3\cdot q_0{}^2}{2\cdot\alpha_0}}-\frac{q_0}{2\cdot\alpha_0}\cdot t)=t\cdot(\sqrt[3]{\frac{3\cdot 10^2}{2\cdot\alpha_0}\pi}-\frac{10}{2\cdot\pi}\cdot t)=t\cdot(3{,}63-1{,}59\cdot t)$,

$y_1=t^2\cdot(\sqrt[3]{\frac{3\cdot q_0{}^2}{2\cdot\alpha_0}}\cdot\frac{1}{2}-\frac{q_0}{6\cdot\alpha_0}\cdot t)=t^2\cdot(1{,}81-0{,}53\cdot t)$, $T_{opt}=\sqrt[3]{\frac{12\cdot\alpha_0{}^2}{q_0}}=\sqrt[3]{\frac{12\cdot\pi^2}{10}}=2{,}28$

Порівняємо оптимальне керування з неоптимальним, визначеними за відповідними граничними умовами $y_1(0)=y_2(0)=y_2(T)=0$, $y_1(T)=Q_1=\int_0^T y_2(t)dt=\alpha_0$,

$$U(t)=\begin{matrix} Um & 0<t<T/2 \\ -Um & T/2<t<T \end{matrix},$$

Тоді $\dot{Y}_2=U$, $Y_2=\begin{matrix} Um\cdot t & 0<t<T/2 \\ Um\cdot(T-t) & T/2<t<T \end{matrix}$,

$Q_1=\int_0^T y_2(t)dt=\alpha_0=\int_0^{T/2}(Um\cdot t)dt+\int_{T/2}^T Um\cdot(T-t)dt=Um\cdot\frac{T^2}{4}$, $Um=\frac{4\cdot\alpha_0}{T^2}$, $\dot{Y}_1=Y_2$,

$$Y_1=\begin{matrix} Um\cdot\frac{t^2}{2} & 0<t<T/2 \\ Um\cdot(T\cdot t-\frac{t^2}{2}-\frac{T^2}{2})+\alpha_0 & T/2<t<T \end{matrix},\ Q2=\int_0^T\dot{y}_2^2(t)dt=Um^2\int_0^T dt=Um^2T=q_0,$$

$$(\frac{4\cdot\alpha_0}{T^2})^2\cdot T = q_0,\ T=\sqrt[3]{\frac{16\cdot\alpha_0{}^2}{q_0}}=\sqrt[3]{\frac{16\cdot\pi^2}{10}=2{,}51},\ Um=\sqrt[3]{\frac{q_0{}^2}{4\cdot\alpha_0}}=\sqrt[3]{\frac{10^2}{4\cdot\pi}=2}$$

При оптимальному керуванні маємо відповідне поліпшення процесу за критерієм максимальної швидкодії у 1,1 разу ($\frac{T}{Topt}=\frac{2{,}51}{2{,}28}=1{,}1$) на 10%

ЛІТЕРАТУРА:

1. Блінцов В.С., Кінаш А.Т., Хлопенко М.Я. Основні методи оптимального керування електромеханічних систем: Навчальний посібник. – Миколаїв: УДМТУ, 2002. – 44 с.
2. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій: Підручник. – К.: ЗАТ "ВІПОЛ", 2000. – 688с.
3. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т.2. Многомерные, $C\cdot\Phi$ нелинейные, оптимальные и адаптивные системы: Учебное пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.
4. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Нелинейные и оптимальные системы. – СПб.: Питер, 2006. – 272 с.
5. Теория автоматического управления. Ч.II. Под ред. А.В.Нетушила. Учебник для вузов. – М.: "Высш. школа", 1972. – 432 с.
6. Хлопенко М.Я., Білюк І.С., Шевченко В.В. Оптимальне керування системами: Навчальний посібник. – Миколаїв: НУК, 2009. – 84 с.

Шевченко В.В., Покорный В.В., Филипщук О.М.

МЕТОДИКА ПОДГОТОВКИ И РЕШЕНИЕ МОДУЛЬНЫХ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ИЗ ДИСЦИПЛИНЫ ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ЗА ТЕМОЙ: ВАРИАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ

Статья посвящена реализации практических форм обучения и контроля знаний студентов для усвоения теории синтеза современных систем автоматического управления (САУ) при решении модульных практических заданий оптимального управления электроприводом.

Ключевые слова: формы обучения, контроль знаний, современные системы автоматического управления, вариационные методы, модульные практические задания.

Shevchenko V.V., Pokorniy V.V., Filipshuk O.M.

METHOD OF PREPARATION AND DECISION MODULE PRACTICAL TASKS FROM DISCIPLINE OPERATIONS ANALYSIS OF ELECTROMECHANICS SYSTEMS AFTER THEME: VARIATION METHODS

An article is devoted to realization of practical forms of teaching and control of know ledges of students for to mastering of theory of synthesis of the modern systems of automatic control (SAU) at the decision of module practical tasks of optimum management by elektroprivod.

Key words: forms of teaching, control of know ledges, modern systems of automatic control, variation methods, module practical tasks.

УДК 378.147

Яковенко Т. В., Горіна А. А., Агапова М. О.

ПРОБЛЕМИ ПІДГОТОВКИ ВИКЛАДАЧІВ ОХОРОНИ ПРАЦІ З ВИКОРИСТАННЯМ ІНТЕРАКТИВНИХ МЕТОДІВ

Статтю присвячено обґрунтуванню доцільності в проведенні досліджень із проблеми підготовки педагогів охорони праці на основі використання інтерактивних методів навчання, розглянуті психолого-педагогічні основи застосування інтерактивних методів навчання в навчальному процесі та визначені основні завдання і перспективи.